IJETS@R

(ISSN: 2587-0238)

Tufan, S. & Özmen, E. R. (2024). Supporting Students with Math Learning Disability and Students at-Risk: Evidence-Based Mathematics Intervention, *International Journal of Education Technology and Scientific Researches, 9(26), 250-299.*

DOI: http://dx.doi.org/10.35826/ijetsar.730

Article Type (Makale Türü): Review Article

SUPPORTING STUDENTS WITH MATH LEARNING DISABILITY AND STUDENTS AT-RISK: EVIDENCE-BASED MATHEMATICS INTERVENTION

Selma TUFAN
Research Assistant, Gazi University, Ankara, Türkiye, selmacaner@gazi.edu.tr
ORCID: 0000-0002-1627-6779

Emine Rüya ÖZMEN
Prof. Dr., Gazi University, Ankara, Türkiye, eruya@gazi.edu.tr
ORCID: 0000-0002-0226-1672

Received: 04.12.2023 *Accepted: 14.02.2024* *Published: 04.03.2024*

ABSTRACT

Mathematics is essential for everyday life, academic success and future career prospects. Indıviduals with mathematical literacy tend to develop analytical problem-solving and critical thinking skills. Unfortunately, national and international assessments show that many of students are failing in mathematics in Turkey. The quality of mathematics education and effective instruction can have a positive impact on the academic and career success of individuals. In the current context of student achievement in mathematics, educators need more than ever to know what instructional practices are effective in helping students succeed in mathematics. Evidence-based practice is currently the focus of efforts to identify the most effective practices for students who are struggling to learn mathematics and need support to improve their mathematical skills. Although evidence-based practices can demonstrate meaningful changes in experimental settings, especially for students at-risk of academic failure, these effects are unlikely to be reflected in student performance unless they are implemented in real classroom settings. Teachers' knowledge about evidence-based practices is a prerequisite for their widespread use in real classrooms. Therefore, this article was written to introduce instructional practices, defined as evidence-based practices, for students with mathematics learning disabilities and at-risk students. It is hoped that this article will contribute to supportive instructional practices for primary and secondary students with MLD by increasing the likelihood that these practices will be adopted and used appropriately by teachers.

Keywords: Evidence-based practices, mathematics learning disabilities, evidence-based intervention

INTRODUCTION

Mathematics helps to develop important skills such as solving everyday problems, developing analytical thinking skills and the ability to make logical decisions. Mathematical literacy also enables individuals to make informed decisions in financial matters. Indıviduals with mathematical literacy tend to develop analytical problem-solving and critical thinking skills. Mathematics is a prerequisite for many professions, such as engineering, finance and computer science, and individuals who wish to pursue careers in these fields must be successful in mathematics. Overall, mathematics is crucial for everyday life and academic success, as well as for future employment opportunities.

International achievement monitoring studies and assessments based on the results of centralised examinations used in national grade transition systems show that the mathematics achievement of primary school students in Turkey is not at the desired level (Sarı et al., 2017; Suna & Özer, 2021) and has not increased steadily over time (Soysal, 2019). According to the latest results of the Programme for International Student Assessment (PISA), one in the three students in Turkey lacks basic competence in mathematics (Korlu, 8 December 2023). According to the results of the High School Entrance Examination (HSEE) conducted by the Turkish Ministry of National Education, the average number of correct answers of eighth-grade students who took the exam in 2020 was nine. About 22% of these students were able to answer a maximum of five questions correctly in the 20-question mathematics subtest (Ministry of National Education [MoNE], August 2020). According to the 2021 HSEE results, the average number of correct answers for eighth grade students was 7.5, and 37% of these students were able to answer a maximum of five questions correctly in the 20-question mathematics subtest. According to the 2022 HSEE results, the average number of correct answers was 9 and the percentage of students who could answer a maximum of five questions correctly in the 20-question mathematics subtest was 30% (MoNE, July 2021; MoNE, July 2022). As national and international examination results show, the proportion of students with low mathematics achievement among our students is at a level that cannot be ignored. This situation has alarmed the Ministry of National Education and a mathematics mobilisation has been launched in 2022 (MoNE, 17 May 2022).

The quality of mathematics education and effective instruction can have a positive impact on the academic and career success of individuals. In the current context of student achievement in mathematics, educators need more than ever to know what instructional practices are effective in helping students succeed in mathematics. This article has been written to meet this need of educators. The purpose of the article is to inform readers, especially those who directly serve students, about evidence-based practices for effective mathematics intervention for students with math learning disability (MLD).

Evidence-based practices have significant potential to bring about meaningful and positive change, especially for students at-risk of academic failure and in need of effective instruction (Vaughn & Dammann, 2001). However, for this potential to be realised, these practices must be implemented in an appropriate manner. It is one thing to know that a practice is evidence-based, but quite another to implement it (Cook et al., 2008; Fixsen et al., 2009, p. 5). In order for evidence-based practices to be used faithfully by teachers, the instruction processes associated with these practices should be functionally defined. Therefore, evidence-based practices should include clearly defined and replicable teaching behaviours (Cook & Cook, 2013).

It is not very functional to describe a practice as evidence-based in general. If practitioners know that an intervention is evidence-based in terms of developing which skills of students with which characteristics, at which grade, in which educational settings, they will be able to find that intervention functional and use it according to its purpose (Horner et al., 2010). In this article, we provide functional descriptions of practices (Fuchs, Bucka, et al., 20-21) that have a strong evidence base for improving basic mathematical skills such as number knowledge and word problem solving in the context of whole and rational numbers for students with MLD (or at-risk) from kindergarten to grade six. In this respect, it is hoped that this article will contribute to supportive instructional practices for primary and secondary students with MLD by increasing the likelihood that these practices will be adopted and used appropriately by teachers.

What is Evidence-Based Practice?

The key to effective and efficient instruction is for teachers who want their students to achieve the desired outcomes to use instructional practices in their lessons that are most likely to produce these outcomes. Because not all interventions are equally effective, some interventions are more likely to improve student outcomes than others (Forness et al., 1997). Based on this undeniable fact, there has been a constant effort by educators to determine 'what works'. The most recent reflection of this effort is the attempt to identify evidence-based practices in education. Evidence-based practices in education are teaching techniques whose effectiveness in improving student outcomes is supported by reliable research (Cook et al., 2012; Slavin, 2002).

The term evidence-based practice emerged in medicine in the 1990s (Sackett et al., 1996) and quickly spread to fields such as agriculture, nursing, psychology and education (Slavin, 2002). Criteria and standards for identifying evidence-based practice have been developed and implemented in the fields of medicine (Haynes et al., 1997), psychology (Chambless et al., 1998) and educational psychology (Kratochwill & Stoiber, 2002). Early studies of evidence-based practices in special education focused on developing criteria for identifying evidence-based practices (Cook et al., 2009; Gersten et al., 2005; Horner et al., 2005; Odom et al., 2005).

There are several organisations that aim to define evidence-based practice in education and each has its own approach to what is required for a practice to be considered evidence-based (Cook et al., 2012; Mayer, 2011; Slavin, 2008). Although each of these organisations determines evidence-based practices based on their own criteria, they share the following four main themes (Cook & Cook, 2013; Cook, et al., 2018):

- ***Research design:*** As in other fields of science, different research designs are used in the generation of scientific knowledge and the development of the field of education (Odom et al., 2005). Among these designs, researchers use those that have the potential to provide the most appropriate answers to the research questions they are trying to answer. The most appropriate research designs for answering the question of whether an instructional practice causes a change in student outcomes are those that can reveal causality (Cook et al., 2008). Accordingly, only studies using group experimental, group quasi-experimental and single-subject research designs are considered when identifying evidence-based practices (Gersten et al., 2005; Horner et al., 2005).

- ***Research quality:*** Regardless of the preferred research design, the results of research that is not conducted appropriately can be flawed and misleading. Therefore, one of the hallmarks of evidence-based practice is that supporting research studies are conducted with methodological rigour that meets prescribed quality standards (Cook & Cook, 2013). In the field of special education, 10 basic and 8 desirable quality indicators are recommended for experimental and quasi-experimental group studies. For a study to be considered high quality, it must meet at least 9 of the basic indicators and at least 4 of the desirable indicators (Gersten et al., 2005). For single-subject experimental studies, 21 quality indicators are recommended and it is stated that a single-subject study should not be considered for evidence-based practice unless it meets all of these indicators (Horner et al., 2005).
- ***Quantity of research:*** In order to show that an intervention reliably improves student outcomes, there must be a large number of high-quality studies of appropriate design that support the intervention. Therefore, evidence-based practice can never be based on a single research study (Cook & Cook, 2013). Gersten et al (2005) state that for an intervention in special education to be considered evidence-based, it must be supported by at least two high quality or four acceptable quality group experimental and quasi-experimental studies. If the evidence base of a practice is to be determined on the basis of single-subject research, at least five high-quality single-subject research studies, conducted in at least three different geographical regions, by at least three different researchers, involving a total of at least 20 participants, and published in peer-reviewed journals are required (Horner et al., 2005). Some organisations also use exclusion criteria to define a practice as evidence-based. For example, an exclusion criterion adopted by the What Works Clearinghouse (WWC, 2022) is that there are no studies of acceptable quality showing a negative or uncertain effect of an evidence-based practice.
- ***Effect size of studies that generate evidence:*** Effects that are not of significant functional or educational importance are not sufficient for a practice to be defined as evidence-based (Cook & Cook, 2013). Therefore, effect size is an important criterion for identifying evidence-based practice. This criterion is used to determine the degree of impact of a practice and is usually calculated using data from experimental studies (Toraman et al., 2018; Tosuntaş et al., 2020). Gersten et al. (2005) suggest that for a practice to be defined as an evidence-based practice, it should show an effect size significantly greater than zero in studies of high and acceptable quality. On the other hand, Horner et al. (2005) argue that all high-quality single-subject studies show that the magnitude of change in student outcomes with the intervention is also socially relevant.

In summary, the term evidence-based practice refers to practices that utilise research designs that can identify causal relationships, are supported by a large number and quality of studies, and have a significant impact on student outcomes (Cook et al., 2018). It is understood that for a practice to be defined as evidence-based, it must meet a number of evaluative criteria simultaneously. However, the use of incorrect terminology can sometimes lead to practices that are far from meeting these criteria being perceived as evidence-based practices (Cook & Cook, 2013). Therefore, it is useful to mention what evidence-based practice is not in order to be clearer about what evidence-based practice is. Various terms such as best practices, recommended practices, research-based practices, scientifically based practices and evidence-based practices are used to refer to teaching practices that are thought to be effective. While all of these terms have emerged from well-intentioned efforts to specify effective teaching practices, they each mean different things and imply different standards of rigour in terms of empirical support (Cook & Cook, 2013). It is possible to find some research to support the principles contained in any intervention (Slavin, 2002), which means that almost any practice can be described as research-based or scientifically based. However, the research base of a practice may consist of very sound and rigorous research or of flawed and inadequate research. Therefore, a practice should not be called evidence-based unless it meets the rigorous standards of evidence-based practice. On the other hand, an evidence-based practice should be called 'evidence-based practice' even if it is technically research-based (Cook & Cook, 2013). Another term often confused with evidence-based practice is 'best and recommended practice'. However, the misuse of this term over many years has led to the perception that a practice recommended as best practice is a passing fad (Peters & Heron, 1993). Therefore, the term 'best and recommended practices' should also be avoided when referring to evidence-based practices.

Who Are Students with MLD and Who Are At-Risk?

Many environmental or personal factors can contribute to low achievement in mathematics. External factors such as unfavourable socio-economic conditions, bilingualism, cultural differences or lack of access to appropriate educational opportunities are among the environmental factors (Olkun, 2015; Özmen, 2017). Personal factors include factors that indirectly affect mathematics achievement, such as being affected by intellectual or sensory deficits, anxiety, distractibility, memory problems or dyslexia, and brain-based difficulties in counting and arithmetic performance that occur developmentally or due to brain damage (Olkun, 2015; Özmen, 2017). Mathematical difficulties resulting from limited individual capacity that manifest developmentally are referred to as dyscalculia, while mathematical difficulties resulting from brain damage are referred to as acalculia (Olkun, 2015).

Approximately 10% of school-age children, including students with dyscalculia (Murphy et al., 2007), are classified as persistently low achievers in mathematics (Berch & Mazzocco, 2007; Fuchs et al., 2007; Geary, 2011). Students in the bottom 20% to 35% of students in the same grade attending a school are considered at-risk of dyscalculia (Bryant et al., 2011; Fuchs et al., 2007). The academic achievement of students with dyscalculia lags behind their peers from the early years of school, and the achievement gap between them and their peers continues to widen as school years progress (Xin et al., 2017). Therefore, in order to help these students achieve at similar levels to their peers in mathematics, it is recommended that these children are identified as early as possible through school-wide screening and that their mathematics skills are supported through evidence-based practices (Bailey et al., 2020; Dennis et al., 2016; Kuhl et al., 2021).

What Are The Recommended Evidence-Based Practices for Students with MLD?

Students with MLD and students at-risk need support in small groups or one-to-one lessons to improve their mathematical skills. The effectiveness of this additional instruction is directly proportional to the quality of the interventions provided. For this reason, educational researchers have been working for decades to identify effective approaches to mathematics intervention that meet the needs of students in small group or one-to-one settings. A panel in the United States in 2021 synthesised these efforts and identified the following six practices as evidence-based, based on the common characteristics of effective interventions for students with MLD (Fuchs, Bucka, et al., 2021):

1. Explicit and systematic instruction
2. Use of concrete and semi-concrete representations
3. Teaching and encouraging the use of clear and precise mathematical language
4. Use number lines
5. Incorporate time-limited activities
6. Teaching word problem solving based on common problem structures

Each of these interventions has a consistent and strong evidence base showing that they improve outcomes for diverse student populations in research that meets the quality standards set by the What Works Clearinghouse (WWC), a trusted organisation that sets quality standards for research (Fuchs, Bucka, et al., 2021). These practices have the potential to guide students towards more fluent mathematical performance, and using them together will enable students to achieve the strongest outcomes (Fuchs, Bucka, et al., 2021). The rest of the article introduces these practices.

EBP 1: Explicit and Systematic Instruction

A common feature of effective interventions to improve the mathematics achievement of students with MLD is systematicity in the design of instructional materials and the delivery of instruction (Clarke et al., 2015; Steedly et al., 2008). Explicit and systematic instruction, also referred to as explicit instruction, is based on teaching a concept or procedure in a carefully sequenced and highly structured manner (The IRIS Center, 2017). Although such an instructional approach is beneficial for all students, students who struggle to learn mathematics in particular need explicit and systematic instruction to learn basic concepts and skills at grade level (Fien et al., 2016). Research shows that intervention programmes that include components of explicit and systematic instruction lead to significant improvements in students' mathematics skills (Gersten et al., 2009). A strong evidence base has been established from 43 studies that examined the effectiveness of an intervention programme with explicit and systematic instruction for students at-risk MLD (see Fuchs, Bucka, et al., 2021 for more details). The main components of explicit and systematic instruction are summarised in Table 1.

Table 1. Key Components of Open and Systematic Teaching

Explicit Components	Systematic Components
Throughout this highly structured instruction, the teacher will: • clearly define target skills or concepts; emphasises important details. • relate new content to prior knowledge. • give clear instructions. • model concepts or operations step by step by thinking aloud (i.e. verbalises his/her thought process while demonstrating the concept or operation). • provide opportunities for students to practice, by following a scaffolded instructional sequence that gradually shifts responsibility from teacher to student: o ***Guided practice*** - Students work on the problems together with the teacher and gradually students start to solve most of the problems. o ***Independent practice*** - Students work in small groups or individually to solve problems. • encourage students to talk about the solutions they used to solve the problem and the reasons why. • provide feedback on correct and incorrect responses and spends time correcting errors; repeats teaching or clarifies instructions as necessary. • check and encourage retention of acquired knowledge and skills.	Throughout this carefully planned instruction, the teacher will: • deliver lessons that build on each other in a sequence from simple skills and concepts to more complex ones, or from those with high frequency of occurrence to those with a low frequency. • (through task analysis) break down complex skills into small and manageable pieces. • rank tasks from easy to difficult and prioritise those that are relatively easy. • provide students with temporary supports (manipulatives, written instructions or prompts) and gradually remove them as students' needs decrease.

Adapted from The IRIS Center (2017).

EBP 2: Teaching and Encouraging the Use of Clear and Concise Mathematical Language

Mathematical language is the academic language used to communicate ideas about mathematics (Dunston & Tyminski, 2013). Mathematical language, which includes the vocabulary, terminology and language structures used when thinking, speaking and writing about mathematics, expresses a sharper understanding of mathematics than everyday spoken language (Powell & Driver, 2015). Dedicating specific time in supportive intervention programmes to teaching the mathematical language used in textbooks, instructional and assessment materials, and classroom instruction is beneficial in several ways (Bay-Williams & Livers, 2009; Monroe & Orme, 2002). First, when teachers model the use of correct mathematical language, students notice how the mathematical ideas they are learning fit into the words of mathematical language and begin to use this language to explain their own mathematical ideas (Dunston & Tyminski, 2013; Fuchs & Fuchs, 2001). In this way, teachers and students develop a common language and are able to communicate more clearly during mathematics lessons (Clarke et al., 2017; Fuchs & Fuchs, 2001). Second, teaching the language of mathematics supports students' learning of subtle and complex mathematical ideas (Bay-Williams & Livers, 2009; Capraro & Joffrion, 2006). Third, focusing on the language of mathematics in intervention settings also increases students' access to the language used in mainstream settings (Bay-Williams & Livers, 2009; Capraro & Joffrion, 2006; Powell & Driver, 2015). This allows students to benefit more from the instruction provided in the mainstream environment. Finally, the development of students' mathematical language is critical to their success in mathematics, especially as the subject matter becomes more complex (Bay-Williams & Livers, 2009; Monroe & Orme, 2002; Pierce & Fontaine, 2009; Powell & Driver, 2015). A strong evidence base has emerged from 16 studies examining the effectiveness of intervention programmes that include elements for teaching mathematical language to students with MLD and at-risk students (see Fuchs, Bucka, et al., 20-21 for more details). Table 2 provides a list of practices recommended in the literature for teaching clear and concise mathematical language and encouraging its use by students during supportive instruction.

Table 2. Practices Suggested in the Literature to Promote the Use of the Language of Mathematics

Recommendation	*Source*
Introduce new mathematical vocabulary appropriate to the context of the lesson.	Bay-Williams & Livers (2009)
Use simple and familiar mathematical vocabulary and student-friendly definitions.	Beck et al. (2002) Pierce & Fontaine (2009) Powell & Driver (2015)
Simply giving a definition of a term is not enough for students to understand mathematical words and concepts. Deepen students' understanding by relating mathematical vocabulary to concrete and semi-concrete representations.	Bay-Williams & Livers (2009) Dunston & Tyminski (2013) Monroe & Orme (2002) Pierce & Fontaine (2009) Powell & Driver (2015)
Use clear, concise and accurate mathematical language in your lessons to help students understand important mathematical vocabulary. Consistent use of mathematical language helps students learn how to use terms and develop a deeper understanding of the terms.	Bay-Williams & Livers (2009) Bryant et al. (2003) Dunston & Tyminski (2013) Fuchs, Bucka, et al. (2021) Powell & Driver (2015)
Model the mathematical language by thinking aloud when explaining your thinking and showing how to solve a word problem.	Fuchs, Bucka, et al. (2021)
In mathematics, some words can have more than one meaning or be used in more than one context. Teach with different examples of how words can be used in different ways.	Dunston & Tyminski (2013) Pierce & Fontaine (2009) Roberts & Truxaw (2013)
During lessons, have students provide oral and written explanations of math concepts. Explaining their work gives students the opportunity to communicate their mathematical understanding using newly learned vocabulary and also allows teachers to check students' understanding and provide immediate corrective feedback.	Bay-Williams & Livers (2009) Clarke et al. (2017) Fuchs et al. (2019)
Students are likely to need support in explaining their thinking using the mathematical language. Provide students with a framework, such as sentence beginnings or a set of guiding questions, to use when explaining. If necessary, rephrase students' explanations using the correct mathematical language.	Bay-Williams & Livers (2009) Fuchs, Seethaler, et al. (2021) Fuchs et al. (2019)
Post a list of mathematical vocabulary on the classroom wall to help students remember the mathematical language that has been modelled and taught during the lessons. This kind of scaffolding can be useful to improve both students' oral and written explanations.	Roberts & Truxaw (2013)

Adapted from Fuchs, L. S., Bucka, et al. (2021).

EBP 3: Using Concrete and Semi-Concrete Representations

Another evidence-based practice to help students learn abstract mathematical concepts and solve Word problems is the use of concrete and semi-concrete representations in instruction (Fuchs, Bucka, et al., 2021). Representations show the magnitude of numbers and the relationship between quantities. They make mathematics visible and more accessible to students (Fuchs et al., 2005). Students who struggle with mathematics benefit from targeted, supportive instruction that models mathematical ideas through concrete and semi-concrete representations (Jitendra et al., 2016). A strong evidence base has emerged from 28 studies examining the effectiveness of intervention programmes that include concrete and semi-concrete materials that represent mathematical ideas for students with MLD and for at-risk students (for more details, see Fuchs, Bucka, et al., 2021).

Students can benefit from concrete and semi-concrete representations if three conditions are met (Fuchs, Bucka, et al., 2021). First, representations that best represent the concept or operation being studied and are appropriate for the age and grade level of the students should be carefully selected. This is because although the use of concrete and semi-concrete representations facilitates the understanding of mathematical ideas, not every representation is appropriate for every concept or operation (Jitendra et al., 2016; Witzel, 2005). Second, concrete and semi-concrete representations should be clearly linked to abstract representations (i.e. mathematical representations such as numbers, symbols, equations). While it is appropriate to choose either concrete or semi-concrete representations for teaching certain mathematical concepts or operations, most concepts or operations can be represented effectively by linking both concrete and semi-concrete representations to abstract representations (Fuchs, Bucka, et al., 2021). While representing concepts and operations with concrete and semi-concrete representations, linking both forms of representation and presenting abstract representations simultaneously with these representations facilitates students' understanding of the connection between representations and mathematics (Witzel, 2005). Third, concrete and semi-concrete representations should be used multiple times to help students understand the abstract nature of mathematics over time. Through multiple uses, students will gain a deeper understanding of mathematical concepts and understand how representations can be used as 'thinking tools' in mathematics (Jitendra et al., 2016; Witzel, 2005). The goal is for representations to help students better understand mathematical concepts and operations, and for students to become comfortable using representations as tools to model problems and develop their understanding (Jitendra et al., 2016; Witzel, 2005; Witzel et al., 2003).

The most effective way to incorporate concrete and semi-concrete representations into mathematics instruction is to use the concrete-representational-abstract (CRA) framework. The CRA framework is a tiered sequence of instruction that supports students in mathematics (Powell, 2015). In the CRA framework, students first solve mathematical problems using concrete objects, then move to solving these problems using representational drawings, and finally begin to solve problems using abstract representations such as numbers and symbols without any support (Agrawal & Morin, 2016). The CRA instructional framework has been studied for its effects on a variety of mathematical topics, including algebra, place value, addition, subtraction, multiplication, fractions, verbal problem solving, area, and perimeter (Flores, 2010). The CRA instructional framework has been found to be an evidence-based practice for students with MLD who have difficulty performing computations that require regrouping (Bouck, Satsangi, & Park, 2018).

Concrete representations are used in the first (concrete) stage, semi-concrete representations in the second (representational) stage and abstract representations in the last (abstract) stage of the CRA framework to model the mathematical concept or operation under consideration.

- *Concrete representations* are three-dimensional physical materials and actions that students can manipulate to better understand and make sense of the mathematical content presented (Fuchs et al., 2005; Fuchs & Fuchs, 2001; Jitendra et al., 2016). Modelling a multi-digit number with base ten blocks, using a set of fractions to identify equivalent fractions, and using role play to concretise a problem situation are examples of concrete representations.

- *Semi-concrete representations* are two-dimensional visual representations of the mathematical quantities and relationships of a given problem that are used to organise mathematical knowledge (Fuchs et al., 2005; Fuchs & Fuchs, 2001; Jitendra et al., 2016). Notches, simple drawings, bar graphs, tables, graphs, number lines are examples of semi-concrete representations. Semi-concrete representations are flexible; they can be used at different grade levels and for different types of mathematical problems. They can be used by teachers to teach basic math facts and by students to learn mathematical content. They can be presented as two-dimensional drawings on paper or whiteboards, or virtually on a computer or tablet screen. Visual representations can take different forms.

- *Abstract representations* are mathematical representations that can include numbers, equations, operations, relational symbols and expressions (Fuchs et al., 2005; Fuchs & Fuchs, 2001; Jitendra et al., 2016). Mathematical representations that include numbers and symbols, such as the number '3', the '=' sign, and the equation '2 + 2 = 4', are examples of abstract representations. Table 3 provides examples of concrete, semi-concrete and abstract representations that best represent some mathematical concepts and operations.

Table 3. Concrete, Semi-Concrete and Abstract Representations of Some Mathematical Concepts and Operations

Mathematical concepts and processes	Concrete representation	Semi-concrete representation	Abstract representation
○ Counting ○ Addition ○ Subtruction ○ Multiplication ○ Equal sharing	•base ten blocks • connecting cubes • abacus • Rekenrek® • Cuisenaire rods® • beans, sticks • two-colored counters • beans and containers • tiny tiles • balances	• hundreds chart • 5 frames, 10 frames • strip diagrams • dot arrays • notches	• 5, 16, 100 • 2 + 2 = 4 • 5 - 3 = 2 • 2 x 2 = 4 • 4 : 2 = 2
○ Place value ○ Decimals	• base ten blocks • connecting cubes • tiny tiles • decimal squares	• place value chart • pictures of base ten blocks • hundreds chart • rational number wheels	1 ten 5 ones 200 + 30 + 5 0, 5 0, 25 + 0, 5 = 0,75
○ Fractions ○ Data ○ Ratio and proportion	• connecting cubes • Cuisenaire rods® • pattern blocks • fraction bars • fraction circles • tiny tiles	• tables • number line • strip diagram • bar graph • line plot	3 ½ three-quarter 1/3 of 12

○ Patterns ○ Geometry ○ Graphics ○ Area/Perimeter ○ Volume ○ Symmetry ○ Length Measurement ○ Geometric shapes	• connecting cubes • pattern blocks • tiny tiles • geometric solids • angle rulers, protractors, tape measures • containers	• pictures of geometric shapes and geometric objects • checkered paper/notebook • number line • isometric paper	1 + 2 + 3 + 4 ......+10 3 6 9 12 ? 18 21 3 m, 5cm^2 , 12 m^3

Adapted from Fuchs, L. S., Bucka, et al. (2021).

EBP 4: Using Number Lines to Develop Critical Understanding of Mathematics

With its ability to simultaneously represent all positive and negative real numbers – whole numbers, rational numbers and irrational numbers - the number line stands out as a powerful teaching and learning tool that facilitates students' development of a holistic understanding of numbers and supports advanced mathematics learning (Fuchs et al., 2016; Lannin et al., 2020). There is a strong evidence base from 14 studies examining the effectiveness of intervention programmes that use number lines as a supportive instructional tool to develop critical mathematical understanding in students with MLD and at-risk students (for more information, see Fuchs, Bucka, et al., 2021).

Proficient students often use a mental number line to solve problems (Keijzer & Terwel, 2003; Siegler et al., 2011). Consistent use of number lines can help students understand the number system and improve their overall mathematical performance (Dyson et al., 2018; Lannin et al., 2020). When number lines are consistently used by teachers in the classroom, students gradually develop the ability to mentally visualise a number line when comparing numbers in terms of magnitude, identifying problem-solving strategies and checking their answers (Lannin et al., 2020). Table 4 describes the practices suggested in the literature for using number lines to develop students' number knowledge during supportive teaching sessions in the context of whole and rational numbers.

Table 4. Recommended Practices in the Literature on the Use of Number Lines to Develop Number Knowledge

Recommendation 1: Represent whole numbers, fractions and decimals on the number line to help students understand quantitative quantities.	
When teaching whole numbers;	**When teaching rational numbers;**
○ To help students form a mental image of what a number line looks like, start by introducing a concrete number line. For example, a number line that children can walk on. ○ Using a concrete number line, show that the distance between the positions 0 and 1 determines the unit length, and that the distance between all neighbouring integers is of equal length. ○ Relate the concrete number line to a number line on paper or projected on a screen. Ask students to identify similarities and differences between the two representations. Draw attention to the distance between 0 and 1 and the fact that this distance is the same length as 1 unit.	○ Once students understand the concept of fractions through concrete representations, show how to represent fractions on the number line. ○ Starting with familiar fractions, show the location of fractions on the number line. ○ Fold a strip of paper in half in the middle and discuss with students how this represents the division of the distance 0-1 into two equal parts on the number line. Ask them to mark the location of the fraction ½ (i.e. half). Then ask them to divide a strip of paper into four equal parts to locate the fractions ¼ , 2/4 and ¾. Ask them to do the same with larger denominators such as 1/8. ○ To emphasise the idea that the denominator of a fraction represents the total number of equal parts in a whole. ○ Present number lines showing different unit fractions together so that students can see the relative size of unit fractions. ○ To avoid the misconception that all fractions are between 0 and 1, extend the number line segment used to represent fractions to the

o Show that each notch on the number line is equidistant from the previous and the next notch. o Explain that moving to the right on the number line increases the size of the numbers by one unit, as in counting forwards, and that moving to the left decreases the size of the numbers by one unit, as in counting backwards. o Make sure that 0 is to the left of 1 on the number line. o Demonstrate how units of different lengths also repeat on the number line by practicing different skip counting exercises such as counting by twos, fives, and tens.	range 0-2 to show fraction numbers equal to and greater than one on the number line. o To show that whole numbers can also be represented by fractions, by showing on the same number line the fraction numbers corresponding to the numbers representing whole numbers on the number line. o To concretize the concept of equivalent fractions, show students how different fractions are located at the same point on the number line by alternately dividing the number line into different units. Reinforce the idea of equivalence by aligning concrete representations such as Cuisenarie rods with the number line. o Reinforce the idea of equivalence by writing equivalent fractions below rather than next to each other to show the location of the fraction on the same number line. o Extend the idea of equivalence to decimals and percentages.
Recommendation 2: Use a number line to compare numbers and determine their relative magnitudes to help students understand quantitative magnitudes.	
When teaching whole numbers;	**When teaching rational numbers;**
o Start by placing two numbers on the number line using equal units. o Explain that the distance of each number from zero represents the magnitude of that number. o Pointing out that the magnitude of numbers increases as you move to the right on the number line, explain by showing that when comparing two numbers, you determine which is larger based on which is more equal units away from zero (further to the right when working with positive integers).	o Reinforce that, as with whole numbers, fraction and decimal magnitude is related to how far to the right or left of zero a number is located. o Before moving on to comparing fractions, make sure that students are clear that fractions can have infinitely many equivalents. o When thinking about fractions between 0 and 1, model comparing the magnitude of fractions using "benchmark numbers" such as 0, 1/2 and 1. o Provide students with ample opportunities to practice locating whole numbers, fractions and decimals on number lines and comparing their relative magnitudes.
Recommendation 3: Use the number line to help students understand the concepts underlying operations.	
When teaching whole numbers;	**When teaching rational numbers;**
o After learning to compare whole numbers, students can begin to add and subtract using the distance between numbers on the number line. o Ensure that students focus on unit length or distance rather than counting notches on the number line. o Have students practice writing the equation of an operation modelled on the number line and modelling the given equation on the number line.	o Start by adding fractions with the same denominator using the number line. o Then move on to adding fractions with different denominators and explain how number lines make operations visible when there are different denominators. o Use an even number line to make equivalences more visible for students. This way, students can understand why finding equivalent fractions is a necessary and correct approach to solving such problems. o When first starting to multiply and divide fractions, include whole numbers as one of the multipliers, divisors or dividends. In these cases, the number line will be a functional representation tool as it effectively represents both whole numbers and fractions. o Start with a word problem to lay the foundation for understanding the concept behind the procedure.

Adapted from Fuchs, Bucka, et al. (2021).

EBP 5: Using Time-Limited Activities to Develop Math Fluency

Students with MLD have difficulty mentally performing basic facts (addition, subtraction, multiplication and division) quickly (Baroody et al., 2009). In class, this problem results in students struggling with basic facts and failing to follow teachers' explanations of new mathematical ideas (Baroody et al., 2009). Automating basic facts provides students with more mental energy resources to understand more complex mathematical tasks and perform multi-step operations (Kanive et al., 2014). Therefore, increasing basic facts fluency becomes an important goal of an intervention programme when it comes to supporting children with MLD or children at-risk (Fuchs et al., 2008).

Time-limited activities are proposed as a functional tool for developing basic facts fluency. Time-limited activities are exercises that take place within a 1-5 minute time period of an instructional session and require students to produce correct responses to as many items as possible from a set of items focused on a specific target concept or skill within this short time (Dyson et al., 2015). These activities are not the focus of the intervention and are not designed to introduce a new concept or procedure. Instead, time-limited activities are introduced to reinforce a concept that students have been working on for many sessions or to help them become automatic in basic facts. In addition to increasing basic facts fluency, time-limited activities can also serve to build automaticity in subtask steps that are important for solving more complex mathematical problems (Fuchs et al., 2009). For example, to ensure automaticity in skills such as determining the place value when dealing with multi-digit numbers or identifying the type of problem when solving word problems, part of the instructional time can be devoted to time-limited activities that ensure the development of these skills. A strong evidence base has been developed from 27 studies examining the effectiveness of intervention programmes that include time-limited activities to improve the mathematical fluency of students with MLD or students at-risk (for more information see Fuchs, Bucka, et al., 2021). Table 5. describes the strategies suggested in the literature for the effective use of time-limited activities to support the fluency of students who are not developing fluency in basic mathematical skills.

Table 5. Suggestions for the Effective Use of Time Limited Activities to Support Mathematics Fluency

Identify previously learned topics and create a schedule for activities to support fluency.	• Decide which basic facts or task steps it would be useful to improve fluency in in order to better understand the mathematical topic that is the focus of the intervention. • Create a timeline by prioritising the areas you have identified. • Plan activities to support fluency in one of the areas you have identified. • In the beginning, include easy elements in the activity. • Increase the difficulty of items as students become fluent with easy items. • As you move on to more difficult items, continue to include the easy items at the beginning so that students can differentiate between item types. • As students become fluent with different operations, include mixed operations in the activities so that students become fluent in discriminating between operations. • Once students have developed fluency by working on one topic for weeks, introduce the next topic.
Choose the type of activity and materials to be used, with time limits, and set clear expectations about the rules of the activity.	• Prepare fluency activities using flash cards, computer programs or worksheets (Powell et al., 2009). • Determine the duration of the activity according to the number of items involved or the way the activity is carried out. • Structure activities so that students can work together in groups or individually. • Periodically introduce game-like features such as keeping score or getting them to work together to increase individual scores. • For small group activities, set clear expectations about who will respond in what way and when. For example, one of the following forms of

	responding may be preferred: students responding in turn according to seating order, students responding when the teacher points to them, or students responding collectively. For collective responses, alternatives to verbal responses can be used, such as holding up and showing answer cards, writing and showing on mini whiteboards, or gestures. • Set a warning signal so that students know when the activity starts and ends. You can use the timer function on your mobile phone to give an audible signal at the start and end of the activity.
Ensure that students have effective strategies to use during the time-limited activity.	• Plan time-limited activities that focus on previously learned content (Dyson et al., 2015). • In other parts of the support lesson, include teaching the strategies you want students to use during time-limited activities. • Remind students to use a strategy they know before they start the time-limited activity (Fuchs et al., 2010). • If necessary, remind them with an example of how to use a strategy they already know that you want them to use during the time-limited activity.
Motivate students to work hard and continue to use effective strategies by showing them the improvement in their fluency.	• At the start of timed activities, remind students that the aim is to get as many correct answers as possible in a short time. • Have students record their fluency score for each session on a chart or graph. • Provide students with this visual feedback periodically and have them set goals to reach or exceed the fluency score achieved previously. • Goals can be set as a group or individually. Group goals can take the pressure off individual students. If individual goals are set, care should be taken to ensure that the individual graphics remain personal. • Make sure that each student only compares his performance with his previous performance, so that goal setting does not become an exhausting competition.
Provide immediate feedback during time-limited activities and guide them to use effective strategies to correct their mistakes.	***Activities such as flash cards etc:*** If students give an incorrect answer, ask them to correct it immediately. If students find it difficult to correct the error, remind them to use the effective strategy they have already learned to get the correct answer. After students have corrected their errors using the effective strategy, ask them to explain why the new answer is correct. ***Computer-based programs:*** Choose programs that reward students for correct answers, warn them when their answers are incorrect, and do not allow them to move on to the next question until they correct the incorrect answer. ***Worksheets*** When the activity time is over, take back the students' worksheets. Check and mark their answers as soon as possible and then discuss with them the answers that need correcting and the effective strategies that can be used. After correcting, ask them to explain why the new answer is correct.

Adapted from Fuchs, Bucka, et al. (2021).

EBP 6: Teaching Problem Solving Based on Common Problem Structures

Word problem solving instruction helps students to develop mathematical thinking skills. Research shows that word problem solving skills are an essential part of mathematics education and have a positive effect on students' mathematics achievement (Batty et al., 2010; Fuchs, Seethaler, et al., 2021; Jitendra et al., 2013; Powell et al., 2015; Turhan & Güven, 2014). In addition, word problem solving skills have a positive effect on students' perception of mathematical self-efficacy (Ural, 2015). Developing word problem solving skills positively affects students' attitudes towards mathematics by increasing their mathematical self-efficacy (Ural, 2015). This, in turn, can positively affect students' relationship with mathematics and increase their mathematics achievement (Özgen et al., 2017). To successfully solve word problems, students must complete the following steps completely and accurately (Powell et al., 2019):

- Read and understand the problem text, including mathematical vocabulary.
- Distinguish information that is relevant to solving the problem from irrelevant information.
- Represent the word problem correctly.
- Decide which arithmetic operations are appropriate to solve the word problem.
- Carry out calculations.
- Checking the answer to make sure it makes sense.

Unfortunately, students with MLD and students at-risk often struggle with one or more of these steps, which can be a significant barrier to becoming successful problem solvers (Jitendra et al., 2015). Research shows that students with MLD and at-risk students have more difficulty solving word problems than their peers (Powell et al., 2019; Jitendra et al., 2015; Fuchs et al., 2010). Therefore, students with MLD and at-risk students need supportive instruction to improve their problem solving skills. Schema instruction as an effective word problem solving method based on common problem structures has been found to be effective for students with MLD (Jitendra et al., 2016; Jitendra et al., 2013; Jitendra et al., 2015; Jitendra et al., 2007; Montague et al., 2011; Fuchs et al., 2010).

Word problem solving in primary classrooms is usually done by presenting problems involving the four operations (Jitendra et al., 2013). Unfortunately, learning to perform arithmetic operations alone is not sufficient for students to successfully solve Word problems (Powell et al., 2015). Teaching students how to solve Word problems using schematic representations of the problem structure is more effective than teaching them to rely solely on keywords that point to specific arithmetic operations (e.g. 'all', 'difference', etc.) to arrive at the answer (Jitendra et al., 2007). A strong evidence base has been developed from 18 studies examining the effectiveness of intervention programmes that include Word problem solving instruction based on common problem structures for students with MLD and at-risk students (for more information, see Fuchs, Bucka, et al., 2021).

The word problems that students encounter throughout primary school are classified as additive and multiplicative in terms of the elements they contain and the arithmetic operations required to solve them (Powell & Fuchs, 2018). Problems in both categories are divided into sub-problem types in terms of the relationships they contain. A word problem type includes all problems with the same quantities or salient features (Jitendra et al., 2016).

Additive problem types are grouped into grouping, comparison and change problems. Regardless of the type, additive problems involve addition or subtraction concepts and operations (Powell & Fuchs, 2018). Additive problem types, graphical representations of these problem types, equations used for solution, and problem examples are presented in Appendix 1. Multiplicative problem types are grouped as equal groups, comparison, and ratio-proportion problems. Regardless of the type, multiplicative problems involve multiplication or division concepts and operations (Powell & Fuchs, 2018). Multiplicative problem types, diagram representations of these problem types, equations and problem examples used for solution are presented in Appendix 2.

Effective schema instruction consists of three basic elements (Powell & Fuchs, 2018; Powell et al., 2016). The first of these elements relates to teaching students what each schema means. Schema teaching begins with the introduction of a single targeted problem type. At this stage, the elements of the targeted problem type and the schema specific to the problem type are introduced through problem stories in which there are no unknown elements. They are taught how to identify the elements of the problem in the problem story and how to transfer them to the schema by explicit instruction. This process, in which responsibility is gradually transferred from the teacher to the students, continues until the students can easily identify the problem elements. Then the equation specific to the problem type is introduced. Its place in each problem element is emphasised by associating it with the diagram. Using different stories from those used before, the students are given exercises in identifying the problem elements, placing them in the diagram and substituting each problem element in the equation.

The second basic element of effective schema instruction is related to teaching a solution strategy for each schema. After the students have understood the meaning of the schema in relation to the targeted problem type, the problem solving phase begins with real problem examples where one of the problem elements is unknown. In this phase, where the teacher models by thinking aloud and then guides the students step by step to independence, the students learn to place the problem elements in the word problem texts in the schema, to represent the unknown element with a symbol (e.g. '?') on the schema, to write the equation that leads to the solution of the problem using the schema, and to write the answer by finding the missing element in the equation by performing operations.

The third key element of effective schema instruction relates to the teaching of important vocabulary and language structures associated with problem types. For example, when working on grouping problems, it is necessary to ensure that students have prior knowledge of the vocabulary that represents sub-categories and super-categories. Problem solving skills rely heavily on reading and language comprehension. Given the reading and language difficulties of students with learning disabilities, the importance of spending extra time on vocabulary and language when teaching word problem solving is clear (Powell & Fuchs, 2018).

CONCLUSION

In recent years, the focus of studies on evidence-based practices in special education has shifted from identifying effective interventions to exploring the barriers to their implementation in classroom settings (Russo-Campisi, April 2017). It is quite predictable and common that this issue, which can be briefly referred to as the research-practice gap, has become the focus of research. Indeed, the ultimate goal of all the efforts of educational researchers is to produce products that can lead to positive outcomes for students. The main obstacle to achieving this goal is that practices that have been shown to be effective by research are rarely used in real classroom settings, while other practices that have no or limited effect on student outcomes, and even negative effects, are often preferred by teachers (Burns & Ysseldyke, 2009; Carnine, 1997). Studies that inform teachers about what evidence-based practices are and how to use these practices in real classroom settings will contribute to the use of evidence-based practices in classrooms by bridging the gap between research and practice.

ETHICAL TEXT

In this article, the journal writing rules, publication principles, research and publication ethics, and journal ethical rules were followed. The responsibility belongs to the authors for any violations that may arise regarding the article.

Authors Contribution Rate: In this study, the contribution rate of the first author is 60% and the contribution rate of the second author is 40%.

REFERENCES

Agrawal, J., & Morin, L. L. (2016). Evidence-based practices: Applications of concrete representational abstract framework across math concepts for students with mathematics disabilities. *Learning Disabilities Research & Practice, 31*(1), 34-44. https://doi.org/10.1111/ldrp.12093

Bailey, D. H., Fuchs, L. S., Gilbert, J. K., Geary, D. C., & Fuchs, D. (2020). Prevention: Necessary but insufficient? A 2-Year Follow-Up of an effective First-Grade mathematics intervention. *Child Development, 91*(2), 382-400. https://10.1111/cdev.13175

Baroody, A. J., Bajwa, N. P., & Eiland, M. (2009). Why can't Johnny remember the basic facts? *Developmental Disabilities Research Reviews, 15*(1), 69-79. https://doi.org/10.1002/ddrr.45

Batty, G. D., Kivimäki, M., & Deary, I. J. (2010). Intelligence, education, and mortality. *British Medical Journal, 340*, 989–990. https://doi.org/10.1136/bmj.c563

Bay-Williams, J. M., & Livers, S. (2009). Supporting math vocabulary acquisition. *Teaching Children Mathematics, 16*(4), 238-245. https://doi.org/10.5951/TCM.16.4.0238

Beck, I. L., McKeown, M. G., & Kucan, L. (2002). *Bringing words to life: Robust vocabulary instruction.* Guilford Press.

Berch, D. B., & Mazzocco, M. M. M. (Eds.). (2007). *Why is math so hard for some children? The nature and origins of mathematical learning difficulties and disabilities.* Paul H. Brookes Publishing.

Bouck, E. C., Satsangi, R., & Park, J. (2018). The concrete–representational–abstract approach for students with learning disabilities: An evidence-based practice synthesis. *Remedial and Special Education*, *39*(4), 211-228. https://doi.org/10.1177/074193251772171

Bryant, D. P., Bryant, B. R., Roberts, G., Vaughn, S., Pfannenstiel, K. H., Porterfield, J., & Gersten, R. (2011). Early numeracy intervention program for first-grade students with mathematics difficulties. *Exceptional Children*, *78*(1), 7-23.

Bryant, D. P., Goodwin, M., Bryant, B. R., & Higgins, K. (2003). Vocabulary instruction for students with learning disabilities: A review of the research. *Learning Disability Quarterly, 26*(2), 117-128. https://doi.org/10.2307/1593594

Burns, M. K., & Ysseldyke, J. E. (2009). Reported prevalence of evidence-based instructional practices in special education. *The Journal of Special Education, 43,* 3-11. doi:10.1177/0022466908315563

Capraro, M. M., & Joffrion, H. (2006). Algebraic equations: Can middle-school students meaningfully translate from words to mathematical symbols? *Reading Psychology, 27*(2-3), 147-164. https://doi.org/10.1080/02702710600642467

Carnine, D. (1997). Bridging the research-to-practice gap. *Exceptional Children, 63,* 513-521.

Chambless, D. L., Sanderson, W. C., Shoham, V., Johnson, S. B., Pope, K. S., Crits-Christoph, P., ... & McCurry, S. (1996). An update on empirically validated therapies. *The Clinical Psychologist, 49*(2), 5-18.

Clarke, B., Doabler, C. T., Kosty, D., Kurtz-Nelson, E., Smolkowski, K., Fien, H., & Turtura, J. (2017). Testing the efficacy of a kindergarten mathematics intervention by small group size. *AERA Open, 3*(2), 1-16. https://doi.org/10.1177/2332858417706899

Clarke, B., Doabler, C. T., Nelson, N. J., & Shanley, C. (2015). Effective instructional strategies for kindergarten and first-grade students at risk in mathematics. *Intervention in School and Clinic, 50*(5), 257-265. https://doi.org/10.1177/105345121456088

Cook, B. G., & Cook, S. C. (2013). Unraveling evidence-based practices in special education. *The Journal of Special Education*, *47*(2), 71-82. https://doi.org/10.1177/0022466911420877

Cook, B. G., Haggerty, N. K., & Smith, G. J. (2018). Leadership and instruction: Evidence-based practices in special education. In J. B. Crockett, B. Billingsley, & M. L. Boscardin (Eds.), *Handbook of leadership and administration for special education* (pp. 353-370). Routledge.

Cook, B. G., Smith, G. J., & Tankersley, M. (2012). Evidence-based practices in education. In K. R. Harris, S. Graham, T. Urdan, C. B. McCormick, G. M. Sinatra, & J. Sweller (Eds.), *APA educational psychology handbook*, Vol. 1. Theories, constructs, and critical issues (pp. 495-527). American Psychological Association. https://doi.org/10.1037/13273-017

Cook, B. G., Tankersley, M., Cook, L., & Landrum, T. J. (2008). Evidence-based practices in special education: Some practical considerations. *Intervention in School and Clinic, 44*(2), 69-75. https://doi.org/10.1177/105345120832145

Cook, B. G., Tankersley, M., & Landrum, T. J. (2009). Determining evidence-based practices in special education. *Exceptional Children, 75*(3), 365-383. https://doi.org/10.1177/001440290907500306

Dennis, M.S., Sharp, E., Chovanes, J., Thomas, A., Burns, R.M., Custer, B., & Park, J. (2016). A meta-analysis of Empirical research on teaching students with mathematical learning difficulties. *Learning Disabilities Research & Practice, 31(*3), 156-168. DOI:10.1111/ldrp.12107

Dunston, P. J., & Tyminski, A. M. (2013). What's the big deal about vocabulary? *Mathematics Teaching in the Middle School, 19*(1), 38-45. https://doi.org/10.5951/mathteacmiddscho.19.1.0038

Dyson, N., Jordan, N. C., Beliakoff, A., & Hassinger-Das, B. (2015). A kindergarten number- sense intervention with contrasting practice conditions for low-achieving children. *Journal for Research in Mathematics Education, 46*(3), 331-370. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.46.3.0331

Dyson, N. I., Jordan, N. C., Rodrigues, J., Barbieri, C., & Rinne, L. (2020). A fraction sense intervention for sixth graders with or at risk for mathematics difficulties. *Remedial and Special Education*, *41*(4), 244-254. https://doi.org/10.1177/0741932518807139

Fien, H., Doabler, C. T., Nelson, N. J., Kosty, D. B., Clarke, B., & Baker, S. K. (2016). An examination of the promise of the NumberShire Level 1 gaming intervention for improving student mathematics outcomes. *Journal of Research on Educational Effectiveness, 9*(4), 635- 661. https://doi.org/10.1080/19345747.2015.1119229

Fixsen, D. L., Blase, K. A., Horner, R., & Sugai, G. (2009). *Intensive Technical Assistance. Scaling-Up Brief.* Number 2. FPG Child Development Institute.

Flores, M. M. (2010). Using the concrete-representational- abstract sequence to teach subtraction with regrouping to stu- dents at risk for failure. *Remedial and Special Education, 31*, 195-207. doi:10.1177/0741932508327467

Forness, S. R., Kavale, K. A., Blum, I. M., & Lloyd, J. W. (1997). Mega-analysis of meta-analyses: What works in special education and related services. *Teaching Exceptional Children, 29*, 4-9.

Fuchs, L. S., Bucka, N., Clarke, B., Dougherty, B., Jordan, N. C., Karp, K. S., ... & Morgan, S. (2021). *Assisting Students Struggling with Mathematics: Intervention in the Elementary Grades. Educator's Practice Guide.* WWC 2021006. What Works Clearinghouse.

Fuchs, L. S., Compton, D. L., Fuchs, D., Paulsen, K., Bryant, J. D., & Hamlett, C. L. (2005). The prevention, identification, and cognitive determinants of math difficulty. *Journal of Educational Psychology, 97*(3), 493-513.

Fuchs, L. S., & Fuchs, D. (2001). Principles for the prevention and intervention of mathematics difficulties. *Learning Disabilities Research & Practice, 16*(2), 85-95. https://doi.org/10.1111/0938-8982.00010

Fuchs, L. S., Fuchs, D., & Hollenbeck, K. H. (2007). Extending responsiveness to intervention to mathematics at first and third grades. *Learning Disabilities Research & Practice, 22*(1), 13-24. doi:10.1111/j.1540-5826.2007. 00227.x.

Fuchs, L. S., Malone, A. S., Preacher, K. J., Fuchs, D., Wang, A. Y., & Pachmayr, R. (2019). Effects of fourth- and fifth-grade Super Solvers intervention on fraction magnitude understanding and calculation skill: A research report. Vanderbilt University.

Fuchs, L. S., Powell, S. R., Hamlett, C. L., Fuchs, D., Cirino, P. T., & Fletcher, J. M. (2008). Remediating computational deficits at third grade: A randomized field trial. Journal of Research on Educational Effectiveness, 1(1), 2-32. https://doi.org/10.1080/19345740701692449

Fuchs, L. S., Powell, S. R., Seethaler, P. M., Cirino, P. T., Fletcher, J. M., Fuchs, D., Hamlett, C. L., & Zumeta, R. O. (2009). Remediating number combination and word problem deficits among students with mathematics difficulties: A randomized control trial. Journal of Educational Psychology, 101(3), 561-576. https://eric.ed.gov/?id=EJ861181

Fuchs, L. S., Seethaler, P. M., Sterba, S. K., Craddock, C., Fuchs, D., Compton, D. L., ... & Changas, P. (2021). Schema-based word-problem intervention with and without embedded language comprehension instruction. Journal of Educational Psychology, 113(1), 86-103. Retrieved December 15, 2023 from https://frg.vkcsites.org/wp-content/uploads/2019/05/Schema-Based-Word-Problem-Intervention-WithandWithout-Embedded-Instruction.pdf

Fuchs, L. S., Zumeta, R. O., Schumacher, R. F., Powell, S. R., Seethaler, P. M., Hamlett, C. L., & Fuchs, D. (2010). The effects of schema-broadening instruction on second graders' word-problem performance and their ability to represent word problems with algebraic equations: A randomized control study. The Elementary School Journal, 110(4), 440-463. doi: 10.1086/651191

Fuchs, L. S., Schumacher, R. F., Long, J., Namkung, J., Malone, A. S., Wang, A., Hamlett, C. L., Jordan, N. C., Siegler, R. S., & Changas, P. (2016). Effects of intervention to improve at-risk fourth graders’ understanding, calculations, and word problems with fractions. The Elementary School Journal, 116(4), 625-651. https://eric.ed.gov/?id=EJ1103953

Geary, D. C. (2011). Consequences, characteristics, and causes of poor mathematics achievement and mathematical learning disabilities. *Journal of Developmental and Behavioral Pediatrics*, *32*, 250-263.

Gersten, R., Beckmann, S., Clarke, B., Foegen, A., Marsh, L., Star, J. R., & Witzel, B. (2009). Assisting students struggling with mathematics: Response to Intervention (RtI) for elementary and middle schools (NCEE 2009-4060). National Center for Education Evaluation and Regional Assistance, Institute of Education Sciences, U.S. Department of Education. Retrieved December 15, 2023 from https://ies.ed.gov/ncee/WWC/Docs/PracticeGuide/rti_math_pg_042109.pdf

Gersten, R., Fuchs, L. S., Compton, D., Coyne, M., Greenwood, C., & Innocenti, M. S. (2005). Quality indicators for group experi- mental and quasi-experimental research in special education. *Exceptional Children, 71*, 149-164. https://doi.org/10.1177/001440290507100202

Haynes, R. B., Sackett, D. L., Richardson, W. S., Rosenberg, W., & Langley, G. R. (1997). Evidence-based medicine: How to practice & teach EBM. *Canadian Medical Association. Journal, 157*(6), 788.

Horner, R. H., Sugai, G., & Anderson, C. M. (2010). Examining the evidence base for school-wide positive behavior support. *Focus on Exceptional Children, 42*(8), 1-14. https://doi.org/10.17161/foec.v42i8.6906

Horner, R. H., Carr, E .G., Halle, J., McGee, G., Odom, S., & Wolery, M. (2005). The use of single-subject research to identify evidence- based practice in special education. *Exceptional Children, 71*, 165-179. https://doi.org/10.1177/001440290507100203

Jitendra, A. K., Dupuis, D. N., Rodriguez, M. C., Zaslofsky, A. F., Slater, S., Cozine-Corroy, K., & Church, C. (2013). A randomized controlled trial of the impact of schema-based instruction on mathematical outcomes for third-grade students with mathematics difficulties. *Elementary School Journal, 114*(2), 252-276. https://eric.ed.gov/?id=EJ1015539

Jitendra, A. K., Griffin, C. C., Deatline- Buchman, A., & Sczesniak, E. (2007). Mathematical word problem solving in third-grade classrooms. *Journal of Educational Research, 100*, 283-302. doi:10.3200/JOER.100.5.283-302

Jitendra, A. K., Harwell, M. R., Dupuis, D. N., Karl, S. R., Lein, A. E., Simonson, G., et al. (2015). Effects of a research-based intervention to improve seventh-grade Students' proportional problem solving: a cluster randomized trial. *Journal of Educational Psychology. 107,* 1019-1034. doi: 10.1037/edu0000039

Jitendra, A. K., Nelson, G., Pulles, S. M., Kiss, A. J., & Houseworth, J. (2016). Is mathematical representation of problems an evidence-based strategy for students with mathematics difficulties? *Exceptional Children, 83(*1), 8-25. https://doi.org/10.1177/0014402915625062

Jitendra, A. K., Rodriguez, M., Kanive, R., Huang, J.-P., Church, C., Corroy, K. A., & Zaslofsky, A. (2013). Impact of small-group tutoring interventions on the mathematical problem solving and achievement of third-grade students with mathematics difficulties. *Learning Disability Quarterly, 36*(1), 21-35. https://doi.org/10.1177/0731948712457561

Kanive, R., Nelson, P. M., Burns, M. K., & Ysseldyke, J. (2014). Comparison of the effects of computer-based practice and conceptual understanding interventions on mathematics fact retention and generalization. *Journal of Educational Research, 107*(2), 83-89. https://doi.org/10.1080/00220671.2012.759405

Keijzer, R., & Terwel, J. (2003). Learning for mathematical insight: A longitudinal comparative study on modelling. *Learning and Instruction, 13*(3), 285-304. https://doi.org/10.1016/S0959-4752(02)00003-8

Kratochwill, T. R., & Stoiber, K. C. (2002). Evidence-based interventions in school psychology: Conceptual foundations of the Procedural and Coding Manual of Division 16 and the Society for the Study of School Psychology Task Force. *School Psychology Quarterly, 17*(4), 341. https://doi.org/10.1521/scpq.17.4.341.20872

Lannin, J., van Garderen, D., & Kamuru, J. (2020). Building a strong conception of the number line. *Mathematics Teacher: Learning & Teaching PK–12, 113*(1), 18-24. https://doi.org/10.5951/ MTLT.2019.0061

Mayer, M. J. (2011). Evidence-based standards and methodological issues in school violence and related prevention research in education and the allied disciplines. In S. R. Jimerson, A. B. Nickerson, M. J. Mayer, & M. J. Furlong (Eds.), *The handbook of school violence and school safety: International research and practice (2nd ed.)*. Routledge. doi:10.4324/9780203841372-21

Monroe, E. E., & Orme, M. P. (2002). Developing mathematical vocabulary. *Preventing School Failure: Alternative Education for Children and Youth, 46*(3), 139-142. https://eric.ed.gov/?id=EJ648803

Montague, M., Enders, C., & Dietz, S. (2011). Effects of cognitive strategy instruction on math problem solving of middle school students with learning disabilities. *Learning Disability Quarterly, 34*, 262-272. doi:10.1177/0731948712463368

Murphy, M. M., Mazzocco M. M. M., Hanich L., & Early M. C. (2007). Cognitive characteristics of children with mathematics learning disability (MLD) vary as a function of the cut-off criterion used to define MLD. *Journal of Learning Disabilities, 40*, 458-478.

Xin, Y. P., Tzur, R., Hord, C., Liu, J., Park, J. Y., & Si, L. (2017). An intelligent tutor-assisted mathematics intervention program for students with learning difficulties. *Learning Disability Quarterly*, *40*(1), 4-16.

Korlu, Ö. (8 Aralık 2023). Bir bakışta PISA 2022. Retrieved December 15, 2023 from https://www.egitimreformugirisimi.org/bir-bakista-pisa-2022/

Kuhl, U., Sobotta, S., & Skeide, M. A. (2021). Mathematical learning deficits originate in early childhood from atypical development of a frontoparietal brain network. *PLoS Biology, 19*(9), e3001407. https://10.1371/journal.pbio.3001407

MoNE (17 May 2022). Matematik seferberliği başladı. https://www.meb.gov.tr/matematik-seferberligi-basladi/haber/26241/tr

MoNE (August, 2020). Liselere geçiş sistemi (LGS) merkezi sistemle yerleşen öğrencilerin performansı. https://www.meb.gov.tr/meb_iys_dosyalar/2020_08/10084528_No14_LGS_2020_Merkezi_Sinavla_Yerlesen_Ogrencilerin_Performansi.pdf

MoNE (July, 2021). Liselere geçiş sistemi (LGS) merkezi sistemle yerleşen öğrencilerin performansı. https://cdn.eba.gov.tr/icerik/2021/07/rapor/No_17-LGS_2021 merkezi_yerlestirme_211730.pdf

MoNE (July, 2022). Liselere geçiş sistemi (LGS) merkezi sistemle yerleşen öğrencilerin performansı. https://cdn.eba.gov.tr/icerik/2022/07/LGS_2022_2_Merkezi_Sinav_Performans.pdf

Odom, S. L., Brantlinger, E., Gersten, R., Horner, R. H., Thompson, B., & Harris, K. R. (2005). Research in special education: Scientific methods and evidence-based practices. *Exceptional Children, 71*, 137-148.

Olkun, S. (2015). Matematik öğrenme güçlükleri / diskalkuli. In S. S. Yıldırım-Doğru (Eds.), *Öğrenme güçlükleri* (s. 211-226). Eğiten Kitap.

Özgen, K., Ay, M., Kiliç, Z., Özsoy, G., & Alpay, F. (2017). Ortaokul öğrencilerinin öğrenme stilleri ve matematiksel problem çözmeye yönelik tutumlarının İncelenmesi. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 1(*41), 215. https://doi.org/10.21764/efd.55023

Özmen, E. R. (2017). Öğrenme güçlüğü hakkında temel bilgiler ve uygulamalar. In E. R. Özmen (Eds.), *Öğrenme güçlüğü destek seti*. Eğiten Kitap.

Peters, M. T., & Heron, T. E. (1993). When the best is not good enough: An examination of best practice. *The Journal of Special Education, 26*, 371-85. doi:10.1177/002246699302600403

Pierce, M. E., & Fontaine, L. M. (2009). Designing vocabulary instruction in mathematics. *The Reading Teacher, 63*(3), 239-243. https://doi.org/10.1598/RT.63.3.7

Powell, S. R. (2015). Connecting evidence-based practice with implementation opportunities in special education mathematics preparation. *Intervention in School and Clinic, 51*(2), 90-96. https://doi.org/10.1177/105345121557926

Powell, S. R., & Driver, M. K. (2015). The influence of mathematics vocabulary instruction embedded within addition tutoring for first-grade students with mathematics difficulty. *Learning Disability Quarterly, 38*(4), 221-233. https://doi.org/10.1177/0731948714564574

Powell, S. R., & Fuchs, L. S. (2018). Effective word-problem instruction: Using schemas to facilitate mathematical reasoning. *Teaching Exceptional Children, 51*(1), 31-42. https://doi.org/10.1177/0040059918777250

Powell, S. R., Fuchs, L. S., Cirino, P. T., Fuchs, D., Compton, D. L., & Changas, P. C. (2015). Effects of a multitier support system on calculation, word problem, and prealgebraic performance among at-risk learners. *Exceptional Children, 81*(4), 443-470. https://doi.org/10.1177/0014402914563702

Powell, S. R., Stevens, E. A., & Berry, K. A. (2019). Effects of a word-problem intervention on word-problem language features for third-grade students with mathematics difficulty. *Learning Disabilities: A Multidisciplinary Journal, 24*(2), 1-14. https://doi.org/10.18666/LDMJ-2019-V24-I2-9835

Roberts, N. S., & Truxaw, M. P. (2013). For ELLs: Vocabulary beyond the definitions. *The Mathematics Teacher, 107*(1), 28-34. https://doi.org/10.5951/mathteacher.107.1.0028

Russo-Campisi, J. (2017, April). Evidence-based practices in special education: Current assumptions and future considerations. In *Child & Youth Care Forum* (Vol. 46, pp. 193-205). Springer US.

Sackett, D. L., Rosenberg, W. M., Gray, J. M., Haynes, R. B., & Richardson, W. S. (1996). Evidence based medicine: what it is and what it isn't. *BMJ, 312*(7023), 71-72. doi: https://doi.org/10.1136/bmj.312.7023.71

Sarı, M. H., Arıkan, S., & Yıldızlı, H. (2017). Factors Predicting Mathematics Achievement of 8th Graders in TIMSS 2015. *Journal of Measurement and Evaluation in Education and Psychology, 8*(3), 246-265. https://doi.org/10.21031/epod.303689

Siegler, R. S., Thompson, C. A., & Schneider, M. (2011). An integrated theory of whole number and fractions development. *Cognitive Psychology, 62*(4), 273–296. https://doi.org/10.1016/j.cogpsych.2011.03.001

Slavin, R. E. (2002). Evidence-based education policies: Transforming educational practice and research. *Educational Researcher, 31*, 15-21. https://doi.org/10.3102/0013189X031007015

Slavin, R. E. (2008). What works? Issues in synthesizing educational program evaluations. *Educational Researcher, 37*(1), 5-14. https://www.jstor.org/stable/30133882

Soysal, S. (2019). The effects of getting home learning resources and preschool education training on timss 2015 mathematics and science performance. *Academy Journal of Educational Sciences, 3*(2), 101-113. https://doi.org/10.31805/acjes.630044

Steedly, K., Dragoo, K., Arafeh, S., & Luke, S. D. (2008). Effective mathematics instruction. *Evidence for Education, 3*(1),2-11. National Dissemination Center for Children with Disabilities. https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED572704.pdf

Suna, E. & Özer, M. (2021). The achievement gap between schools and relationship between achievement and socioeconomic status in Turkey. *Eğitimde ve Psikolojide Ölçme ve Değerlendirme Dergisi, 12*(1), 54-70. https://doi.org/10.21031/epod.860431

The IRIS Center. (2017). High-quality mathematics instruction: What teachers should know. Retrieved December 1, 2023 from https://iris.peabody.vanderbilt.edu/module/math/

Toraman, Ç., Çelik, Ö., & Çakmak, M. (2018). The effect of game-based learning environments on academic achievement: a meta-analysis study. *Kastamonu Eğitim Dergisi, 26*(6), 1803-1811. https://doi.org/10.24106/kefdergi.2074

Tosuntaş, Ş., Inci, T., & Çubukçu, Z. (2020). The effect of teaching methods on student achievement in geography teaching. *International Journal of Geography and Geography Education, 42,* 52-71. https://doi.org/10.32003/igge.673651

Turhan, B. and Güven, M. (2014). The effect of mathematics instruction with problem posing approach on problem solving success, problem posing ability and views towards mathematics. *Cukurova University Faculty of Education Journal, 43*(2), 217-234. https://doi.org/10.14812/cufej.2014.021

Ural, A. (2015). The effect of mathematics self-efficacy on anxiety of teaching mathematics. *Kuramsal Eğitimbilim, 2015*(2), 173-184. https://doi.org/10.5578/keg.9075

Vaughn, S., & Dammann, J. E. (2001). Science and sanity in special education. *Behavioral Disorders, 27*(1), 21-29. https://doi.org/10.1177/019874290102700010

What Works Clearinghouse (2022). What Works Clearinghouse procedures and standards handbook, version 5.0. U.S. Department of Education, Institute of Education Sciences, National Center for Education Evaluation and Regional Assistance (NCEE). This report is available on the What Works Clearinghouse website at https://ies.ed.gov/ncee/wwc/Handbooks.

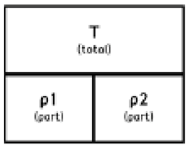
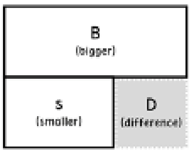
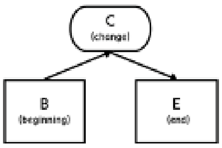
Witzel, B. S. (2005). Using CRA to teach algebra to students with math difficulties in inclusive settings. Learning Disabilities: A Contemporary Journal, 3(2), 49-60. https://eric.ed.gov/?id=EJ797683

Witzel, B. S., Mercer, C. D., & Miller, M. D. (2003). Teaching algebra to students with learning difficulties: An investigation of an explicit instruction model. Learning Disabilities Research & Practice, 18(2), 121-131. https://doi.org/10.1111/1540-5826.00068

Xin, Y. P., Tzur, R., Hord, C., Liu, J., Park, J. Y., & Si, L. (2017). An intelligent tutor-assisted mathematics intervention program for students with learning difficulties. *Learning Disability Quarterly*, *40*(1), 4-16. https://doi.org/10.1177/0731948716648740

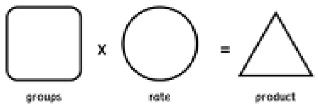
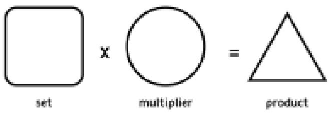
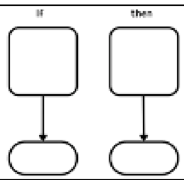
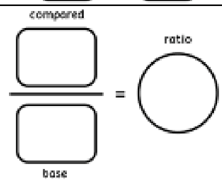
APPENDICES

Appendix 1. Additive Problems

Problem type and definition	Representation scheme and equation	Sample problems		
Grouping problems: Small groups come together to form a large group.	 p1 + p2 = T	***Total unknown:*** Ali has 3 candies and Ece has 2 candies. How many candies will they have together?	***One of the two parts unknown:*** Ali and Ece have a total of 5 candies. Since 3 of the candies belong to Ali, how many candies does Ece have?	-
Comparison problems: Groups are compared to find the difference.	 B - s = D	***The difference unknown:*** Ali has 3 candies and Ece has 2 candies. How many more candies does Ali have than Ece?	***The bigger number unknown:*** Ece has 2 candies. Since Ali has 1 more candy than Ece, how many candies does Ali have?	***The smaller number unknown:*** Ali has 3 candies. Since Ali has 1 more candy than Ece, how many candies does Ece have?
Problems of change: The initial amount changes by increasing or decreasing.	 B + C = E B - C = E	***End unknown (increase):*** Ali had 3 candies. Ece gave Ali 2 more candies. How many candies did Ali have? ***End unknown (decrease):*** Ali had 3 candies. Ali gave 2 of his candies to Ece. How many candies does Ali have left?	***Change unknown (increase):*** Ali had 3 candies. When Ece gave her candies to Ali, Ali had 5 candies. How many candies did Ece give to Ali? ***Change unknown (decrease):*** Ali had 3 candies. When he gave some of his candy to Ece, Ali had 1 candy left. How many candies did Ali give to Ece?	***Beginning unknown (increase):*** When Ece gave Ali 2 more candies, Ali had 5 candies. How many candies did Ali have at the beginning? ***Beginning unknown (decrease):*** When he gave 2 of his candies to Ece, Ali had 1 candy left. How many candies did Ali have before he gave them to Ece?

Adapted from Powell & Fuchs (2018).

Appendix 2. Multiplicative Problems

Problem type and definition	Representation scheme and equation	Sample problems		
Equal groups problems: A number of equal sets		***Product unknown:*** Ali bought 5 boxes of 6 eggs from the supermarket. How many eggs did Ali buy in total?	***Groups unknown:*** Ali bought 5 boxes of eggs from the market. Since the total number of eggs is 30, how many eggs are in one box?	***Rate unknown:*** Ali bought a box of 6 eggs from the supermarket. Since the total number of eggs is 30, how many boxes of eggs did Ali buy?
Multiplicative comparison problems: One set as a multiple or part of another set		***Product unknown:*** The price of a blue hat is 6 liras. How many liras is the price of the red hat the price of the blue hat?	***Set unknown:*** The price of a red hat is 18 liras. If the price of the red hat is 3 times the price of the blue hat, how much is the blue hat?	***Multiplier unknown:*** The price of a red hat is 18 liras and the price of a blue hat is 6 liras. According to this, how many times the price of the red hat is the price of the blue hat?
Proportion problems: Relationship among quantities		***Subject unknown:*** A worker plants 36 saplings in 2 hours. How many saplings will this farmer plant in 7 hours?	***Object unknown:*** A worker plants 36 saplings in 2 hours. How many hours will it take this farmer to plant 126 saplings?	
Ratio problems Ratio of two quantities		***Base unknown:*** The ratio of female students to male students in a class is 3/5. Since there are 15 girls in this class, what is the number of boys?	***Compared unknown:*** The ratio of female students to male students in a class is 3/5. Since there are 25 male students in this class, what is the number of female students?	***Ratio unknown:*** There are 15 girls and 25 boys in a class. What is the ratio of female students to male students?

Adapted from Powell & Fuchs (2018).

MATEMATİK GÜÇLÜĞÜ OLAN VE RİSK ALTINDAKİ ÖĞRENCİLERİ DESTEKLEMEK: KANIT TEMELLİ MATEMATİK MÜDAHALESİ

ÖZ

Matematik, günlük yaşam ve akademik başarı için olduğu kadar gelecekteki iş olanakları açısından da kritik bir öneme sahiptir. Matematik becerilerine sahip olan bireyler, genellikle analitik düşünme, problem çözme ve eleştirel düşünme becerilerini geliştirme eğilimindedirler. Ne yazık ki ulusal ve uluslararası değerlendirmeler Türkiye'deki öğrencilerin pek çoğunun matematikte başarısız olduğunu göstermektedir. Matematik eğitiminin kalitesi ve öğretimin etkili bir şekilde sunulması, bireylerin akademik ve mesleki başarıları üzerinde olumlu bir etki yaratabilir. Mevcut koşullar altında eğitimciler, öğrencilerin matematikte başarılı olabilmesi için hangi öğretim uygulamalarının etkili olduğunu bilmeye öğrencilerinin matematik başarıları göz önüne alındığında her zamankinden daha fazla ihtiyaç duymaktadır. Matematiği öğrenmekte zorlanan ve matematik becerilerini geliştirmek üzere desteklenmeye ihtiyacı olan öğrenciler için en etkili uygulamaları belirlemeye yönelik çabaların güncel odağı kanıt temelli uygulamalardır. Kanıt temelli uygulamalar, bilhassa akademik başarısızlık riski taşıyan öğrenciler için deneysel ortamlarda anlamlı ve değişimleri ortaya koysa da gerçek öğretim ortamlarında uygulamaya konmadıkça öğrencilerin performansına bu etkilerin yansıması mümkün değildir. Öğretmenlerin kanıt temelli uygulamalar konusunda bilgi sahibi olması ise bu uygulamaların gerçek öğretim ortamlarındaki kullanımının yaygınlaşması için önkoşuldur. Bu nedenle bu makale, matematik öğrenme güçlüğü olan ve risk altındaki öğrenciler için kanıt temelli uygulama olarak tanımlanan öğretim uygulamalarını tanıtmak amacıyla kaleme alınmıştır. Bu makalenin söz konusu uygulamaların öğretmenler tarafından benimsenme ve aslına uygun şeklide kullanılma olasılığını artırarak matematiği öğrenmekte güçlük çeken ilk ve orta okul öğrencilerine yönelik destek öğretim uygulamalarına katkıda bulunacağı düşünülmektedir.

Anahtar kelimeler: Kanıt temelli uygulamalar, matematik öğrenme güçlüğü, kanıt temelli müdahale

GİRİŞ

Matematik, günlük yaşamda karşılaşılan problemleri çözme, analitik düşünme becerilerini geliştirme ve mantıklı kararlar alma yeteneği gibi önemli becerilerin kazanılmasına yardımcı olur. Ayrıca, matematiksel okuryazarlık, bireylerin finansal konularda bilinçli kararlar almasına olanak tanır. Matematik becerilerine sahip olan bireyler, genellikle analitik düşünme, problem çözme ve eleştirel düşünme becerilerini geliştirme eğilimindedirler. Matematik, mühendislik, finans, bilgisayar bilimi gibi birçok meslek alanında temel bir gerekliliktir ve bu alanlarda kariyer yapmak isteyen bireyler matematikte başarılı olmak durumundadır. Özetle, matematik, günlük yaşam ve akademik başarı için olduğu kadar gelecekteki iş olanakları açısından da kritik bir öneme sahiptir.

Uluslararası başarı izleme çalışmaları ve ulusal kademeler arası geçiş sistemlerinde kullanılan merkezi sınav sonuçları üzerinden yapılan değerlendirmeler, Türkiye'deki ilköğretim öğrencilerinin matematik başarısının istenilen düzeyde olmadığını (Sarı et al., 2017; Suna & Özer, 2021) ve zaman içinde istikrarlı bir şekilde artmadığını (Soysal, 2019) göstermektedir. En güncel PISA (Programme for International Student Assessment) sonuçlarına göre Türkiye'de üç öğrenciden biri matematikte temel yeterliklere sahip değildir (Korlu, 8 Aralık 2023). Millî Eğitim Bakanlığı tarafından gerçekleştirilen Liselere Giriş Sınavı (LGS) sonuçlarına göre 2020 yılında sınava giren sekizinci sınıf öğrencilerinin doğru cevap sayısı ortalama dokuzdur. Bu öğrencilerin yaklaşık % 22'si 20 soruluk matematik alt testinde en fazla beş soruya doğru yanıt verebilmiştir (Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], Ağustos 2020). 2021 yılında gerçekleştirilen LGS sonuçlarına göre sekizinci sınıf öğrencilerinin ortalama doğru yanıt sayısı 7,5 ve 20 matematik sorusu arasından en fazla 5 soruya doğru yanıt verebilen öğrencilerin oranı %37'dir. 2022 yılı LGS sonuçlarına göre ise öğrencilerin ortalama doğru yanıt sayısının 9 olduğu ve 20 soru arasından en fazla 5 soruyu doğru yanıtlayabilen öğrencilerin oranının % 30 olduğu görülmektedir (MEB, Temmuz, 2021; MEB, Temmuz 2022). Ulusal ve uluslararası sınav sonuçlarının da ortaya koyduğu gibi ülkemiz öğrencileri arasında matematik başarısı düşük olan öğrencilerin oranı göz ardı edilemeyecek düzeydedir. Bu durum Millî Eğitim Bakanlığı'nı alarma geçirmiş ve 2022 yılında matematik seferberliği başlatılmıştır (MEB, 17 Mayıs 2022).

Matematik eğitiminin kalitesi ve öğretimin etkili bir şekilde sunulması, bireylerin akademik ve mesleki başarıları üzerinde olumlu bir etki yaratabilir. Mevcut koşullar altında eğitimciler, öğrencilerin matematikte başarılı olabilmesi için hangi öğretim uygulamalarının etkili olduğunu bilmeye öğrencilerinin matematik başarıları göz önüne alındığında her zamankinden daha fazla ihtiyaç duymaktadır. Bu makale eğitimcilerin bu konudaki ihtiyacına yanıt verebilmek amacıyla yazılmıştır. Makalenin amacı okuyucuları, özellikle öğrencilere doğrudan hizmet verenleri, matematik öğrenmede zorluk yaşayan öğrencilere yönelik etkili matematik öğretiminde kanıta dayalı uygulamalar konusunda bilgilendirmektir.

Kanıt temelli uygulamalar, bilhassa akademik başarısızlık riski taşıyan ve etkili öğretime ihtiyaç duyan öğrencilerde anlamlı ve olumlu değişimleri elde etme konusunda önemli bir potansiyele sahiptir (Vaughn & Dammann, 2001). Ancak bu potansiyelin ortaya çıkması için söz konusu uygulamaların aslına uygun biçimde uygulanması gerekir. Zira bir uygulamanın kanıta dayalı olduğunu bilmek bir şey, onu uygulamak ise tamamen başka bir şeydir (Cook vd., 2008; Fixsen vd., 2009, s. 5). Kanıt temelli uygulamaların öğretmenler tarafından aslına uygun olarak kullanılabilmesi için söz konusu uygulamalara ilişkin öğretim süreçleri işlevsel olarak tanımlanmalıdır. Bu nedenle kanıt temelli uygulamalar açıkça tanımlanmış ve yinelenebilir öğretimsel davranışlar içermelidir (Cook & Cook, 2013).

Bir uygulamanın genel olarak kanıt temelli uygulama olarak adlandırılması pek işlevsel değildir. Uygulayıcılar, bir uygulamanın hangi öğretim ortamlarında hangi yaş düzeyinde ve hangi özellikleri taşıyan öğrencilerin hangi becerilerini geliştirme konusunda kanıt temelli olduğunu bildiklerinde bu uygulamayı işlevsel bulacak ve amacına uygun olarak kullanabilecektir (Horner vd., 2010). Bu makalede, anaokulundan altıncı sınıfa kadar matematik öğrenmede zorluk yaşayan öğrencilerin tam sayılar ve rasyonel sayılar bağlamında sayı bilgisi ve problem çözme gibi temel matematik becerilerini iyileştirme konusunda güçlü kanıt temellerine sahip olan uygulamaların (Fuchs, Bucka vd., 2021) işlevsel tanımları yapılmaktadır. Bu yönüyle makalenin söz konusu uygulamaların öğretmenler tarafından benimsenme ve aslına uygun şeklide kullanılma olasılığını artırarak matematiği öğrenmekte güçlük çeken ilk ve orta okul öğrencilerine yönelik destek öğretim uygulamalarına katkıda bulunacağı düşünülmektedir.

Kanıt Temelli Uygulama Nedir?

Öğrencilerinin arzu edilen kazanımları elde etmesini isteyen öğretmenlerin derslerinde bu kazanımları ortaya çıkarma olasılığı en yüksek olan öğretimsel uygulamaları işe koşmaları etkili ve verimli öğretimin anahtarıdır. Zira her müdahale eşit derecede etkili değildir, bazı müdahalelerin öğrenci kazanımlarını artırma olasılığı diğerlerinden daha yüksektir (Forness vd., 1997). Bu yadsınamaz gerçekten hareketle eğitimciler ‘neyin işe yaradığını’ belirmeye yönelik sürekli bir çaba içerisinde olmuştur. Bu çabaların en güncel yansıması ise eğitimde kanıt temelli uygulamaların belirlenmesine yönelik girişimlerdir. Eğitimde kanıt temelli uygulamalar, öğrenci çıktılarını iyileştirme konusundaki etkililiği, güvenilir araştırmalarla desteklenen öğretim teknikleridir (Cook vd., 2012; Slavin, 2002).

90’lı yıllarda tıp alanında ortaya çıkan (Sackett et al., 1996) kanıt temelli uygulamalar terimi kısa sürede tarım, hemşirelik, psikoloji ve eğitim gibi alanlara sirayet etmiştir (Slavin, 2002). Tıp (Haynes et al., 1997), psikoloji (Chambless et al., 1998) ve okul psikolojisi (Kratochwill & Stoiber, 2002) alanlarında kanıt temelli uygulamaları belirlemeye yönelik ölçütler ve standartlar geliştirilmiş ve uygulanmıştır. Özel eğitimde kanıt temelli uygulamalara ilişkin ilk çalışmaların odak noktası da kanıt temelli uygulamaların belirlenmesine yönelik ölçütler geliştirmek olmuştur (Cook vd., 2009; Gersten vd., 2005; Horner vd., 2005; Odom vd., 2005).

Eğitim alanında kanıt temelli uygulamaları tanımlama amacı güden, bir uygulamanın kanıta dayalı olarak kabul edilmesi için neyin gerekli olduğu konusunda kendi yaklaşımına sahip çeşitli kuruluşlar bulunmaktadır (Cook vd., 2012; Mayer, 2011; Slavin, 2008). Her ne kadar bu kuruluşların her biri kanıt temelli uygulamaları kendi ölçütlerine dayalı olarak belirliyor olsa da şu dört temel konu ortak paydayı oluşturmaktadır (Cook & Cook, 2013; Cook, vd., 2018):

- ***Araştırma tasarımı:*** Diğer bilim alanlarında olduğu gibi eğitim alanında da bilimsel bilgi birikiminin oluşması ve alanın geliştirilmesinde çeşitli araştırma tasarımlarından yararlanılmaktadır (Odom et al., 2005). Bu tasarımlar arasından araştırmacılar yanıt aradıkları araştırma sorularına en uygun yanıtları ortaya çıkarma potansiyeline sahip olanları kullanırlar. Bir öğretim uygulamasının öğrenci sonuçlarında değişikliğe neden olup olmadığı sorusunu yanıtlamaya en uygun araştırma tasarımları ise nedenselliği ortaya koyabilecek olan tasarımlardır (Cook vd., 2008). Buna göre kanıt temelli uygulamaların belirlenmesinde yalnızca grup deneysel, grup yarı deneysel ve tek denekli araştırma desenlerini kullanan çalışmalar dikkate alınmaktadır (Gersten vd., 2005; Horner vd., 2005).

- ***Araştırma kalitesi:*** Araştırma tasarımı olarak ne tercih edilmiş olursa olsun uygun biçimde yürütülmeyen bir araştırmanın bulguları hatalı ve yanıltıcı olabilir. Bu nedenle, destekleyici araştırma çalışmalarının öngörülen kalite standartlarını karşılayacak bir yöntemsel titizlik içerisinde yürütülmüş olması kanıt temelli uygulamaların ayırt edici özelliklerinden biridir (Cook & Cook, 2013). Özel eğitim alanında deneysel ve yarı deneysel grup çalışmaları için 10 tane temel ve 8 tane arzu edilen kalite göstergesi önerilmektedir. Bir çalışmanın yüksek kaliteli olarak kabul edilebilmesi için temel göstergelerden en az 9'unu, arzu edilen göstergelerden ise en az 4'ünü karşılaması gerekir (Gersten vd., 2005). Tek denekli deneysel desenler ile yürütülen çalışmalar için ise 21 adet kalite göstergesi önerilmekte ve tek denekli bir çalışmasının ancak bu göstergelerin tamamını karşıladığı takdirde kanıt temelli uygulamaların belirlenmesinde dikkate alınabileceği belirtilmektedir (Horner vd., 2005).
- ***Araştırma miktarı:*** Bir uygulamanın öğrenci sonuçlarını güvenilir bir şekilde iyileştirdiğini göstermek için bu uygulamayı destekleyen uygun tasarıma sahip çok sayıda yüksek kaliteli çalışmanın bulunması gerekir. Bu nedenle kanıt temelli uygulamalar hiçbir zaman tek bir araştırma çalışmasına dayandırılamaz (Cook & Cook, 2013). Gersten ve arkadaşları (2005), bir uygulamanın özel eğitimde kanıt temelli kabul edilmesi için en az iki adet yüksek kaliteli veya dört adet kabul edilebilir kalitede grup deneysel ve yarı deneysel çalışma tarafından desteklenmesi gerektiğini belirtmektedir. Bir uygulamanın kanıt temeli tek denekli araştırmalara dayalı olarak belirlenmek istendiğindeyse en az üç farklı coğrafi bölgede ve en az üç farklı araştırmacı tarafından yürütülmüş, toplamda en az 20 katılımcının yer aldığı, hakemli dergilerde yayınlanmış en az 5 adet yüksek kaliteli tek-denekli araştırma çalışmasına ihtiyaç vardır (Horner et al., 2005). Ayrıca bazı kuruluşlar bir uygulamanın kanıt temelli uygulama olarak belirlenmesine yönelik dışlayıcı ölçütler de kullanmaktadır. Örneğin, kanıt temelli bir uygulamanın olumsuz veya belirsiz etkisini gösteren kabul edilebilir kalitede hiçbir çalışma bulunmaması What Works Clearinghouse (WWC, 2022) tarafından benimsenen bir dışlayıcı ölçüttür.
- ***Kanıt oluşturan çalışmaların etki büyüklüğü:*** İşlevsel veya pedagojik açıdan kayda değer bir önem taşımayan etkiler bir uygulamanın kanıt temelli uygulama olarak tanımlanması için yeterli değildir (Cook & Cook, 2013). Bu nedenle, etki büyüklüğü kanıt temelli uygulamaların belirlenmesinde önemli bir ölçüttür. Bu ölçüt, bir uygulamanın etki derecesini belirlemek için kullanılır ve genellikle deneysel çalışmalardan elde edilen verilerle hesaplanır (Toraman vd., 2018; Tosuntaş vd., 2020). Gersten ve arkadaşları (2005), bir uygulamanın kanıt temelli uygulama olarak tanımlanabilmesi için söz konusu uygulamanın yüksek ve kabul edilebilir kalitedeki çalışmalarda sıfırdan anlamlı düzeyde daha büyük bir etki büyüklüğü ortaya koymasını önermektedir. Diğer yandan Horner ve arkadaşları (2005), tüm yüksek

kaliteli tek denekli araştırmaların müdahaleyle birlikte öğrenci sonuçlarında meydana gelen değişimin büyüklüğünün sosyal açıdan da önemini gösterdiğini öne sürmektedir.

Özetle kanıt temelli uygulamalar terimi, nedenselliği ortaya çıkarabilecek araştırma tasarımlarından yararlanan, çok sayıda ve yüksek kaliteli çalışmalarla desteklenen ve öğrenci sonuçları üzerinde anlamlı düzeyde etkisi olan uygulamaları ifade etmektedir (Cook vd., 2018). Anlaşıldığı üzere bir uygulamanın kanıt temelli uygulama olarak tanımlanması için pek çok değerlendirme ölçütünü eş zamanlı olarak karşılıyor olması gerekmektedir. Ancak yanlış terminoloji kullanımı zaman zaman bu ölçütleri karşılamaktan çok uzak olan uygulamaların da kanıt temelli uygulama gibi algılanmasına yol açmaktadır (Cook & Cook, 2013). Dolayısıyla kanıt temelli uygulamaların ne olduğunu daha açık ifade edebilmek için kanıt temelli uygulamanın ne olmadığına da değinmekte fayda vardır. Etkili olduğuna inanılan öğretim uygulamalarına atıfta bulunmak için en iyi uygulamalar, önerilen uygulamalar, araştırmaya dayalı uygulamalar, bilimsel dayanaklı uygulamalar ve kanıta dayalı uygulamalar gibi çeşitli terimler kullanmaktadır. Tüm bu terimler etkili öğretim uygulamalarını belirtmeye yönelik iyi niyetli çabalar neticesinde ortaya çıkmış olsa da her biri farklı anlamlara gelir ve ampirik desteklere ilişkin olarak farklı keskinlik standartlarını ifade ederler (Cook & Cook, 2013). Herhangi bir öğretim programının içerdiği ilkeleri destekleyen bazı araştırmalar bulmak mümkündür (Slavin, 2002), bu da neredeyse her uygulamanın araştırmaya dayalı ya da bilimsel dayanaklı olarak adlandırılabileceği anlamına gelmektedir. Ancak bir uygulamanın araştırma temeli oldukça sağlam ve titiz araştırmalardan oluşabileceği gibi kusurlu ve yetersiz araştırmalardan da oluşabilir. Bu nedenle bir uygulama kanıt temelli uygulamalar için öngörülen katı standartları karşılamadıkça kanıt temelli uygulama olarak adlandırılmamalıdır. Öte yandan, kanıt temelli bir uygulama teknik olarak araştırmaya dayalı olsa da 'kanıt temelli uygulama' olarak anılmalıdır (Cook & Cook, 2013). Kanıt temelli uygulamalar ile karıştırılan bir başka terim ise 'en iyi ve önerilen uygulamalar' terimidir. Ancak bu terimin uzun yıllar boyunca yanlış kullanılması en iyi uygulama olarak önerilen bir uygulamanın geçici bir moda akımı gibi algılanmasına neden olmaktadır (Peters & Heron, 1993). Bu nedenle, kanıt temelli uygulamaları 'en iyi ve önerilen uygulamalar' olarak adlandırmaktan da kaçınılmalıdır.

Matematik Güçlüğü Olan ve Risk Altındaki Öğrenciler Kimlerdir?

Düşük matematik başarısına çevresel ya da kişisel pek çok faktör kaynaklık edebilmektedir. Olumsuz sosyo-ekonomik şartlar, iki dillilik, kültürel farklılıklar ya da uygun öğretimsel fırsatlara erişememe gibi dış etmenler çevresel faktörler arasında yer almaktadır (Olkun, 2015; Özmen, 2017). Kişisel faktörler arasında ise zihinsel ya da duyusal yetersizliklerden etkilenmiş olma, kaygı bozukluğu, dikkat dağınıklığı, hafıza sorunları ya da disleksi gibi matematik başarısını dolaylı olarak etkileyen faktörler ile sayma ve hesaplama performansında gelişimsel olarak ortaya çıkan veya beyin hasarına bağlı olarak görülen beyin temelli güçlükler yer almaktadır (Olkun, 2015; Özmen, 2017). Gelişimsel olarak kendini gösteren sınırlı bireysel kapasiteden kaynaklanan matematik güçlükleri diskalkuli olarak adlandırılırken beyin hasarı neticesinde oluşan matematik güçlükleri akalkuli olarak anılmaktadır (Olkun, 2015).

Diskalkulisi olan öğrencilerin de içinde yer aldığı (Murphy vd., 2007), okul çağı çocuklarının yaklaşık %10'u matematikte sürekli düşük başarılı öğrenciler olarak sınıflandırılmaktadır (Berch & Mazzocco, 2007; Fuchs vd., 2007; Geary, 2011). Bir okula devam eden aynı sınıf düzeyindeki öğrenciler arasında matematik performansı en düşük %20 ile %35'lik dilimde yer alan öğrencilerin ise diskalkuli riski altında oldukları düşünülmektedir (Bryant vd., 2011; Fuchs vd. 2007). Diskalkulisi olan öğrencilerin akademik başarısı, okulun ilk yıllarından itibaren akranlarının gerisinde kalmakta ve ilerleyen okul yıllarıyla birlikte akranları ile aralarındaki başarı açığı artmaya devam etmektedir (Xin vd., 2017). Bu nedenle bu öğrencilerin akranlarıyla benzer seviyelerde matematik başarılarına erişmelerine yardımcı olmak için bu çocukların okul çapında taramalar yoluyla olabildiğince erken belirlenmesi ve kanıta dayalı uygulamalar yoluyla matematik becerilerinin desteklenmesi önerilmektedir (Bailey vd., 2020; Dennis vd., 2016; Kuhl vd., 2021).

Matematik Güçlüğü Olan Öğrenciler İçin Önerilen Kanıt Temelli Uygulamalar Nelerdir?

Matematik güçlüğü olan ve risk altındaki öğrenciler matematik becerilerini geliştirmek için küçük grup veya bire bir öğretim ortamlarında desteklenmeye ihtiyaç duymaktadır. Bu ek öğretimlerin etkililiği ise sunulan müdahalelerin niteliği ile doğru orantılıdır. Bu nedenle eğitim araştırmacıları on yıllardır küçük grup veya bire bir ortamlarda öğrencilerin ihtiyaçlarını karşılayan matematik müdahalesine yönelik etkili yaklaşımları belirlemeye yönelik çalışmalar yürütmektedir. Amerika Birleşik Devletleri'nde 2021 yılında gerçekleştirilen bir panel bu çabaları bir araya getirerek matematik güçlüğü olan öğrenciler için etkili müdahalelerin ortak özelliklerinden yola çıkarak şu altı uygulamayı kanıt temelli uygulamalar olarak tanımlamıştır (Fuchs, Bucka, vd., 2021):

1. Açık ve sistematik öğretim yapmak
2. Somut ve yarı somut temsiller kullanmak
3. Açık ve özlü matematik dilini öğretmek ve kullanımını teşvik etmek
4. Sayı doğrusu kullanmak
5. Süre sınırlı etkinliklere yer vermek
6. Ortak problem yapılarına dayalı problem çözme öğretimi yapmak

Bu uygulamaların her biri araştırmalar için kalite standartlarını belirleyen güvenilir kuruluşlardan biri olan What Works Clearinghouse (WWC) tarafından belirlenen kalite standartlarını karşılayan araştırmalarda çeşitli öğrenci popülasyonları için sonuçları iyileştirdiğini gösteren tutarlı ve güçlü kanıt temeline sahiptir (Fuchs, Bucka, vd., 2021). Öğrencileri daha akıcı matematik performansına doğru yönlendirme potansiyeline sahip olan bu uygulamaların birlikte kullanılması öğrencilerin en güçlü sonuçları elde etmesini sağlayacaktır (Fuchs, Bucka, vd., 2021). Makalenin devamında bu uygulamalar tanıtılmaktadır.

KTU 1: Açık ve Sistematik Öğretim Yapmak

Matematik güçlüğü olan çeken öğrencilerin matematik başarısını artırmaya yönelik etkili müdahalelerin ortak özelliği, öğretim materyallerinin tasarımında ve öğretim sunumundaki sistematikliktir (Clarke vd., 2015; Steedly vd., 2008). Kısaca açık öğretim olarak da anılan açık ve sistematik öğretim yaklaşımı, bir kavram ya da işlemin dikkatle sıralanmış ve oldukça yapılandırılmış biçimde öğretilmesine dayanır (The IRIS Center, 2017). Böyle bir öğretim yaklaşımı her öğrenci için faydalı olmakla birlikte özellikle matematiği öğrenmekte güçlük çeken öğrenciler sınıf düzeyindeki temel kavram ve becerileri öğrenmek için açık ve sistematik öğretime ihtiyaç duymaktadır (Fien vd., 2016). Araştırmalar açık ve sistematik anlatım bileşenlerini içeren müdahale programlarının öğrencilerin matematik becerilerinde önemli gelişmelere yol açtığını göstermektedir (Gersten vd., 2009). Matematik güçlüğü olan ve risk altındaki öğrencilere açık ve sistematik öğretim ile sunulan bir müdahale programının etkililiğini inceleyen 43 araştırmadan güçlü düzeyde kanıt temeli elde edilmiştir (daha detaylı bilgi için bkz Fuchs, Bucka, vd., 2021). Açık ve sistematik öğretimin temel bileşenleri Tablo 1'de özetlenmektedir.

Tablo 1. Açık ve Sistematik Öğretimin Temel Bileşenleri

Açık bileşenler	**Sistematik Bileşenler**
Oldukça yapılandırılmış bu öğretim boyunca öğretmen: • Hedef beceri veya kavramları açıkça tanımlar; önemli detayları vurgular. • Yeni içeriği önbilgiler ile ilişkilendirir. • Net yönergeler verir. • Kavramları veya işlemleri yüksek sesle düşünerek adım adım modeller (yani kavramı veya işlemi gösterirken kendi düşünce sürecini sözlü olarak ifade eder). • Sorumluluğun yavaş yavaş öğretmenden öğrenciye geçtiği destekli öğretim dizisini takip ederek öğrencilere alıştırma fırsatları sağlar: o ***Rehberli uygulama*** – Öğrenciler öğretmenle birlikte problemler üzerinde çalışırlar ve yavaş yavaş problemin çoğunu öğrenciler çözmeye başlar. o ***Bağımsız uygulama*** – Öğrenciler problemleri çözmek için küçük gruplar halinde ya da bireysel olarak çalışırlar. • Öğrencilerin problemi çözmek için kullandıkları çözüm yolları ve nedenleri hakkında konuşmalarını teşvik eder. • Doğru ve hatalı tepkiler için geri bildirim sunar ve hataların düzeltilmesine özel zaman ayırır; gerektiğinde öğretimi tekrar eder ya da yönergeleri açıklar. • Edinilen bilgi ve becerilerin kalıcılığını kontrol ve teşvik eder.	Dikkatle planlanmış bu öğretim boyunca öğretmen: • Basit beceri ve kavramlardan daha karmaşık olanlara veya karşılaşma sıklığı yüksek olanlardan daha düşük olanlara doğru bir sıralamayla birbirinin üzerine inşa edilen öğretim oturumları gerçekleştirir. • Görev analizi yoluyla, karmaşık becerileri küçük ve yönetilebilir parçalara ayırır. • Görevleri kolaydan zora doğru sıralar ve görece daha kolay olan görevlere öncelik verir. • Öğrencilere geçici destekleyiciler (manipülatif materyaller, yazılı yönergeler veya ipuçları) sağlar ve öğrencilerin gereksinimi azaldıkça bu destekleri yavaş yavaş geri çeker.

The IRIS Center. (2017) *kaynağından uyarlanmıştır.*

KTU 2: Açık ve Özlü Matematik Dilini Öğretmek ve Bu Dilin Kullanımını Teşvik Etmek

Matematik dili matematiğe ilişkin fikirleri aktarmak için kullanılan akademik dildir (Dunston & Tyminski, 2013). Matematik hakkında düşünürken, konuşurken ve yazarken kullanılan sözcük dağarcığını, terminolojiyi ve dil yapılarını içeren matematik dili günlük konuşma dilinden daha keskin bir matematik anlayışını ifade eder (Powell & Driver, 2015). Ders kitaplarında, öğretim ve değerlendirme materyallerinde ve sınıf içi öğretimde kullanılan matematik dilinin öğretimine destekleyici müdahale programları içerisinde özellikle zaman ayırmak çeşitli açılardan faydalıdır (Bay-Williams & Livers, 2009; Monroe & Orme, 2002). İlk olarak, öğretmenler doğru matematik dilinin kullanımına model oldukça öğrenciler öğrendikleri matematiksel fikirlerin matematik dilindeki sözcükler ile ne kadar uyumlu olduğunu fark eder ve kendi matematiksel fikirlerini açıklarken bu dili kullanmaya başlar (Dunston & Tyminski, 2013; Fuchs & Fuchs, 2001). Böylece, öğretmenler ve öğrenciler arasında ortak bir dil oluşur ve matematik dersi sırasında daha net iletişim kurabilirler (Clarke vd., 2017; Fuchs & Fuchs, 2001). İkincisi, matematik dilinin öğretimi öğrencilerin ince ve karmaşık matematiksel fikirleri öğrenmelerini destekler (Bay-Williams & Livers, 2009; Capraro & Joffrion, 2006). Üçüncüsü, destek eğitim ortamlarında matematiksel dile odaklanmak öğrencilerin aynı zamanda temel eğitim ortamında kullanılan dile erişimlerini de artırır (Bay-Williams & Livers, 2009; Capraro & Joffrion, 2006; Powell & Driver, 2015). Böylece öğrenciler, temel eğitim ortamında sunulan öğretimden de daha fazla yararlanabilir. Son olarak, öğrencilerin matematiksel dilini geliştirmek, özellikle öğretim konusu karmaşıklaştıkça matematikteki başarıları için kritik öneme sahiptir (Bay-Williams & Livers, 2009; Monroe & Orme, 2002; Pierce & Fontaine, 2009; Powell & Driver, 2015). Matematik güçlüğü olan ve risk altındaki öğrencilere matematik dilini öğretmeye yönelik ögeler içeren müdahale programlarının etkililiğini inceleyen 16 araştırmadan güçlü düzeyde kanıt temeli elde edilmiştir (daha detaylı bilgi için bkz Fuchs, Bucka, vd., 2021). Tablo 2, destekleyici öğretim oturumları boyunca açık ve özlü matematik dilini öğretmek ve bu dilin öğrenciler tarafından kullanımını teşvik etmek üzere alan yazında önerilen uygulamaların bir listesini içermektedir.

Tablo 2. Matematik Dilinin Kullanımını Teşvik Etmek Üzere Alan Yazında Önerilen Uygulamalar

Öneri	Kaynak
Öğretim sırasında bağlama uygun olan yeni matematiksel kelimeleri tanıtın.	Bay-Williams & Livers (2009)
Basit ve tanıdık matematiksel kelimeler kullanın ve öğrenci dostu tanımlar yapın.	Beck vd. (2002) Pierce & Fontaine (2009) Powell & Driver (2015)
Basitçe bir terimin tanımını vermek, öğrencilerin matematiksel kelime ve kavramları anlamaları için yeterli değildir. Matematiksel kelimeleri somut ve yarı somut temsillerle ilişkilendirerek öğrencilerin anlamalarını derinleştirin.	Bay-Williams & Livers (2009) Dunston & Tyminski (2013) Monroe & Orme (2002) Pierce & Fontaine (2009) Powell & Driver (2015)
Öğrencilerin önemli matematik sözcüklerini anlamalarını sağlamak için derslerinizde açık, kısa ve doğru bir matematik dili kullanın. Matematik dilinin tutarlı kullanımı, öğrencilerin terimlerin nasıl kullanılması gerektiğini öğrenmelerine ve terimlere ilişkin daha derin bir anlayış geliştirmelerine yardımcı olur.	Bay-Williams & Livers (2009) Bryant vd. (2003) Dunston & Tyminski (2013) Fuchs, Bucka, vd. (2021) Powell & Driver (2015)
Düşünce sürecinizi açıklarken ve bir problemin nasıl çözüleceğini gösterirken matematik diline yüksek sesle düşünerek model olun.	Fuchs, Bucka, vd. (2021)
Matematikte bazı kelimeler birden fazla anlama sahip olabilir veya birden fazla bağlamda kullanılabilir. Kelimelerin çeşitli şekillerde kullanımına dair farklı örneklerle öğretim yapın.	Dunston & Tyminski (2013) Pierce & Fontaine (2009) Roberts & Truxaw (2013)
Öğretim sırasında öğrencilerin matematik kavramlarının sözlü ve yazılı açıklamalarını yapmalarını sağlayın. Çalışmalarını açıklamak, öğrencilere yeni öğrendikleri kelimeleri kullanarak matematiksel anlamalarını iletme fırsatı sağlar ve ayrıca öğretmenlerin, öğrencilerin anlatılan konuyu anlayıp anlamadıklarını kontrol etmesine ve anında düzeltici geri bildirim sağlamasına fırsat tanır.	Bay-Williams & Livers (2009) Clarke vd. (2017) Fuchs vd. (2019)
Öğrenciler matematik dilini kullanarak düşüncelerini açıklarken muhtemelen desteğe ihtiyaç duyacaklardır. Öğrencilere açıklama yaparken kullanmak üzere cümle başlangıçları veya bir dizi yol gösterici soru gibi bir çerçeve sunun. Gerektiğinde öğrencilerin açıklamalarını doğru matematik dilini kullanarak yeniden ifade edin.	Bay-Williams & Livers (2009) Fuchs, Seethaler, vd. (2021) Fuchs vd. (2019)
Öğrencilerin öğretim sırasında modellenen ve öğretilen matematiksel dili hatırlamalarına yardımcı olmak için matematiksel kelimeleri içeren bir listeyi sınıf duvarına asın. Bu tür bir destekleyici öğrencilerin hem sözlü hem de yazılı açıklamalarını geliştirmek için faydalı olabilir.	Roberts & Truxaw (2013)

Fuchs, Bucka, vd. (2021) *kaynağından uyarlanmıştır.*

KTU 3: Somut ve Yarı Somut Temsiller Kullanmak

Öğrencilerin soyut matematik kavramlarını öğrenmelerine ve problemleri çözmelerine yardımcı olacak bir başka kanıta dayalı uygulama ise öğretimde somut ve yarı somut temsillerin kullanımına yer vermektir (Fuchs, Bucka, vd., 2021). Temsiller, sayıların değerini ve nicelikler arasındaki ilişkiyi gösterir. Böylece matematiği öğrenciler için görünür ve daha erişilebilir hale getirirler (Fuchs vd., 2005). Matematikte güçlük yaşayan öğrenciler, somut ve yarı somut temsiller aracılığıyla matematiksel fikirleri modelleyen, odaklanmış destek öğretimden fayda sağlamaktadır (Jitendra vd., 2016). Matematiksel fikirleri temsil eden somut ve yarı somut materyallere yer veren müdahale programlarının matematik güçlüğü olan ve risk altındaki öğrenciler için etkililiğini inceleyen 28 araştırmadan güçlü düzeyde kanıt temeli elde edilmiştir (daha detaylı bilgi için bkz Fuchs, Bucka, vd., 2021).

Öğrencilerin somut ve yarı somut temsillerin avantajlarından yararlanabilmesi üç koşulun yerine getirilmesine bağlıdır (Fuchs, Bucka, vd., 2021). Birincisi, üzerinde çalışılan kavram ya da işlemi en iyi temsil eden ve öğrencilerin yaş ve sınıf düzeyine uygun temsillerin özenle seçilmesi gerekmektedir. Zira somut ve yarı somut temsillerin kullanımı matematiksel fikirlerin anlaşılmasını kolaylaştırmakla birlikte her temsil her kavram ya da işlem için işe yaramayabilir (Jitendra vd., 2016; Witzel, 2005). İkincisi, somut ve yarı somut temsillerin soyut temsillerle (yani sayı, sembol, denklem gibi matematiksel gösterimlere) bağlantısı açıkça kurulmalıdır. Belirli matematiksel kavram ya da işlemlerin öğretiminde somut ya da yarı somut temsil biçimlerinden birinin seçilmesi uygun olmakla birlikte çoğu kavram ya da işlem hem somut hem de yarı somut bir temsilin soyut temsille ilişkilendirilmesiyle etkili biçimde temsil edilebilir (Fuchs, Bucka, vd., 2021). Kavram ve işlemleri somut ve yarı somut temsiller ile gösterirken her iki temsil biçimini birbiriyle ilişkilendirmek ve soyut gösterimleri de bu temsiller ile eş zamanlı olarak sunmak öğrencilerin temsiller ile matematik arasındaki bağlantıyı anlamlandırmasını kolaylaştırmaktadır (Witzel, 2005). Üçüncüsü, öğrencilerin matematiğin soyut doğasını zaman içinde anlamlandırmalarına yardımcı olmak adına somut ve yarı somut temsilleri pek çok kez kullanmalarına olanak tanınmalıdır. Çoklu kullanımlar sayesinde öğrenciler matematik kavramlarını daha derinlemesine anlamaya başlayacak ve temsillerin matematikte "düşünme araçları" olarak nasıl kullanılabileceğini kavrayacaktır (Jitendra vd., 2016; Witzel, 2005). Amaç, temsillerin öğrencilerin matematiksel kavram ve işlemleri daha iyi anlamalarına yardımcı olmak ve öğrencilerin problemleri modellemek ve anlayışlarını geliştirmek için temsilleri araç olarak kullanma konusunda rahat olmalarını sağlamaktır (Jitendra vd., 2016; Witzel, 2005; Witzel vd., 2003).

Somut ve yarı somut temsilleri matematik öğretimine dahil etmenin en etkili yolu somut- temsili- soyut (STS) öğretim çerçevesini kullanmaktır. STS öğretim çerçevesi, öğrencileri matematik konusunda destekleyen kademeli bir öğretim dizisidir (Powell, 2015). STS öğretim çerçevesinde öğrenciler, matematik problemlerini öncelikle somut nesneleri kullanarak çözerler, ardından bu problemleri temsili çizimlerle çözme aşamasına geçerler ve son olarak problemleri herhangi bir destek olmaksızın sayı ve sembol gibi soyut gösterimleri kullanarak çözmeye başlarlar (Agrawal & Morin, 2016). Cebir, basamak değeri, toplama, çıkarma, çarpma, kesirler, sözlü problem çözme, alan ve çevre gibi çeşitli matematik konuları üzerindeki etkisi incelenmiş olan (Flores, 2010) STS öğretim çerçevesinin özellikle eldeli toplama ya da çarpma ve onluk bozarak çıkarma gibi yeniden gruplamayı gerektiren hesaplamaları yapmakta zorlanan öğrenme güçlüğü olan öğrenciler için kanıta dayalı bir uygulama olduğu belirlenmiştir (Bouck vd., 2018).

Ele alınan matematiksel kavram ya da işlemi modellemek üzere STS öğretim çerçevesinin ilk (Somut) aşamasında somut temsiller, ikinci (Temsili) aşamasında yarı somut temsiller, son (Soyut) aşamasında ise soyut temsiller kullanılmaktadır.

- *Somut temsiller,* öğrencilerin halihazırda sunulan matematiksel içeriği daha iyi anlamak ve anlamlandırmak için manipüle edebilecekleri üç boyutlu fiziksel materyaller ve eylemlerdir (Fuchs vd., 2005; Fuchs & Fuchs, 2001; Jitendra vd., 2016). Onluk taban blokları ile çok basamaklı bir sayıyı modellemek, denk kesirleri belirlemek için kesir takımını kullanmak ve bir problem durumunu somutlaştırmak için rol oynama tekniğinden yararlanmak somut temsillere örnek verilebilir.

- *Yarı somut temsiller,* matematiksel bilgiyi organize etmek için kullanılan, belirli bir problemin matematiksel niceliklerinin ve ilişkilerinin iki boyutlu görsel tasvirleridir (Fuchs vd., 2005; Fuchs & Fuchs, 2001; Jitendra vd., 2016). Çentikler, basit çizimler, şerit diyagramlar, tablolar, grafikler, sayı doğruları yarı somut temsillere örnek olarak verilebilir. Yarı somut temsiller esnektir; farklı sınıf seviyelerinde ve farklı matematik problemi türlerinde kullanılabilirler. Öğretmenler tarafından matematik olgularını öğretmek ve öğrenciler tarafından matematik içeriğini öğrenmek için kullanılabilirler. Kâğıt ya da yazı tahtası üzerinde iki boyutlu çizimler olarak sunulabileceği gibi sanal olarak bilgisayar ya da tablet ekranında da sunulabilirler. Görsel temsiller çeşitli biçimlerde olabilir.

- *Soyut temsiller,* sayıları, denklemleri, işlemleri, ilişkisel sembolleri ve ifadeleri içerebilen matematiksel gösterimlerdir (Fuchs vd., 2005; Fuchs & Fuchs, 2001; Jitendra vd., 2016). '3' rakamı, '=' işareti, '2 + 2 = 4' denklemi gibi sayı ve semboller içeren matematiksel gösterimler soyut temsillere örnek olarak verilebilir. Tablo 3, bazı matematiksel kavram ve işlemleri en iyi temsil eden somut, yarı somut ve soyut temsil örneklerini sunmaktadır.

Tablo 3. Bazı Matematiksel Kavram ve İşlemleri Temsil Eden Somut, Yarı Somut ve Soyut Temsiller

Matematiksel kavram ve işlemler	Somut temsil	Yarı somut temsil	Soyut temsil
○ Sayma/ Ritmik sayma ○ Toplama ○ Çıkarma ○ Çarpma ○ Eşit paylaşım	• onluk taban blokları • geçmeli birim küpler • abaküs • rekenrek • dokunsay sayı ve aritmetik tabletleri • Cuisenaire çubukları • Fasulyeler • iki renkli sayma pulları • fasulyeler ve kaplar • minik karolar • teraziler	• yüzlük tablo • beşlik / onluk kartlar • şerit diyagramlar • resim / sembol/ nokta dizileri • çentikler	1, 5, 16, 100 2 + 2 = 4 5 – 3 = 2 2 x 2 = 4 4 : 2 = 2
○ Basamak değeri ○ Ondalık sayılar/ Ondalık sayılarla işlemler	• onluk taban blokları • geçmeli birim küpler • minik karolar • ondalık kareler	• basamak değeri tablosu • onluk taban blok resimleri • yüzlük tablo • dairesel kesir çizimleri	1 onluk 5 birlik 200 + 30 + 5 0, 5 0, 25 + 0, 5 = 0,75
○ Kesirler/Kesirlerle işlemler ○ Veri ○ Oran ve orantı	• geçmeli birim küpler • Cuisenaire çubukları • örüntü blokları • kesir takımları • kesir karoları • minik karolar	• tablolar • sayı doğrusu • şerit diyagram • çubuk grafiği • çizgi grafiği	3 ½ 4'te 3 12'nin 1/3'ü
○ Örüntüler ○ Geometri	• geçmeli birim küpler • örüntü blokları	• geometrik şekil ve geometrik cisim resimleri	

○ Grafik ○ Alan/Çevre ○ Hacim ○ Simetri ○ Uzunluk Ölçümü ○ Geometrik şekil ve cisimler	• minik karolar • geometrik şekil ve geometrik cisim modelleri • cetvel, açıölçer, mezura • hacim ölçüm kapları	• kareli kağıt/defter • sayı doğrusu • izometrik kağıt	1 + 2 + 3 + 4 ......+10 6 _9 _12 _? _18 _21 3 m $5cm^2$ $12\ m^3$

Fuchs, Bucka, et al. (2021) *kaynağından uyarlanmıştır.*

KTU 4: Eleştirel Matematik Anlayışını Geliştirmek İçin Sayı Doğrusu Kullanmak

Sayı doğrusu, tam sayılar, rasyonel sayılar ve irrasyonel sayılar olmak üzere tüm pozitif ve negatif gerçek sayıları aynı anda temsil edebilme kabiliyeti ile öğrencilerin sayılar hakkında bütüncül bir anlayış geliştirmelerini kolaylaştıran ve ileri düzey matematik öğrenmelerini destekleyen güçlü bir öğrenme-öğretme aracı olarak öne çıkmaktadır (Fuchs vd., 2016; Lannin vd., 2020). Matematik güçlüğü olan ve risk altındaki öğrencilerde eleştirel matematik anlayışını geliştirmek için sayı doğrularını destekleyici bir öğretim aracı olarak kullanan müdahale programlarının etkililiğini inceleyen 14 araştırmadan güçlü düzeyde kanıt temeli elde edilmiştir (daha detaylı bilgi için bkz Fuchs, Bucka, vd., 2021).

Matematikte yetkin olan öğrenciler problemleri çözerken sıklıkla zihinsel bir sayı doğrusundan yararlanırlar (Keijzer & Terwel, 2003; Siegler vd., 2011). Sayı doğrularının tutarlı kullanımı, öğrencilerin sayı sistemini anlamalarına ve genel matematik performanslarını geliştirmelerine yardımcı olabilir (Dyson vd., 2018; Lannin vd., 2020). Sayı doğruları, öğretmenler tarafından öğretimde tutarlı olarak kullanılmaya devam ettiğinde öğrenciler sayıları büyüklük bakımından karşılaştırırken, problem çözme stratejilerini belirlerken ve cevaplarını kontrol ederken zihninde bir sayı doğrusu canlandırma yeteneğini yavaş yavaş geliştirirler (Lannin vd., 2020). Tablo 4, destekleyici öğretim oturumları boyunca öğrencilerin sayı bilgisini geliştirmek üzere sayı doğrularının kullanımına ilişkin alan yazında önerilen uygulamaları tam sayılar ve rasyonel sayılar bağlamında açıklamaktadır.

Tablo 4. Sayı Bilgisini Geliştirmek İçin Sayı Doğrularının Kullanımına İlişkin Alan Yazında Önerilen Uygulamalar

Öneri 1: Öğrencilerin nicel büyüklükleri kavraması için tam sayı, kesir ve ondalık sayıları sayı doğrusunda temsil edin.	
Tam sayıların öğretiminde;	**Rasyonel sayıların öğretiminde;**
○ Öğrencilerin sayı doğrusunun neye benzediğine ilişkin zihinsel bir imge oluşturmaya başlamalarını sağlamak için sayı doğrusunu tanıtmaya somut bir örnek ile başlayın. Örneğin; çocukların üzerinde ilerleyebileceği bir sayı yolu şeklinde. ○ Somut sayı doğrusu örneği üzerinde 0 ve 1 konumları arasındaki mesafenin birim uzunluğunu belirlediğini ve tüm komşu tam sayılar arasındaki mesafenin eşit uzunlukta olduğunu gösterin. ○ Somut sayı doğrusu örneğini kâğıt üzerindeki ya da ekrana yansıtılmış bir sayı doğrusu ile ilişkilendirin. Öğrencilerin her iki gösterim arasındaki benzerlik ve farklılıkları belirlemelerini isteyin. 0 ile 1 arasındaki mesafeye ve bu mesafenin 1 birim ile aynı uzunlukta olduğuna dikkat çekin. ○ Sayı doğrusunun üzerindeki her bir işaret çentiğinin kendinden bir önceki ve bir sonraki çentiğe eşit uzaklıkta olduğunu gösterin. ○ Sayı doğrusu üzerinde sağa doğru gidildikçe sayıların büyüklüğünün tıpkı birer ileri saymada olduğu gibi birer	○ Öğrenciler somut temsiller aracılığıyla kesir kavramını anladıktan sonra kesirlerin sayı doğrusu üzerinde nasıl temsil edileceğini gösterin. ○ Birden küçük olan tanıdık kesirlerden başlayarak kesirli sayıların sayı doğrusu üzerindeki yerlerini gösterin. ○ Bir kâğıt şeridini ortasından ikiye katlatarak bunun sayı doğrusu üzerinde 0-1 arasındaki mesafeyi iki eşit parçaya bölmeyi nasıl temsil ettiğini öğrencilerle tartışın. ½ (yani yarım) kesrinin yerini işaretlemelerini isteyin. Ardından bir kağıt şeridini ¼ , 2/4 ve ¾ kesirlerinin yerlerini bulmak için kağıdı dört eşit parçaya bölmelerini isteyin. 1/8 gibi daha büyük paydalarla benzer işlemleri yaptırın. ○ Bir kesrin paydasının bir bütündeki eş parçaların toplam sayısını temsil ettiği fikrini vurgulayın. ○ Farklı birim kesirleri gösteren sayı doğrularını bir arada sunarak öğrencilerin birim kesirlerin göreceli büyüklüğünü görmelerini sağlayın. ○ Öğrencilerin tüm kesirlerin 0 ile 1 arasında yer aldığı yanılgısına düşmelerini önlemek için bire eşit ve birden büyük kesir sayılarını da sayı doğrusu üzerinde göstermek

birim arttığını; sola doğru gidildiğinde ise tıpkı birer geri saymada olduğu gibi birer birim azaldığını açıklayın. o Sayı doğrusunda 0'ın yerinin 1'in solunda olmasına dikkat çekin. o Sayı doğrusu üzerinde ikişer, beşer, onar sayma gibi farklı ritmik sayma alıştırmaları yaparak farklı uzunluklardaki birimlerin de sayı doğrusu üzerinde nasıl tekrar ettiğini gösterin.	üzere kesir gösterimleri için kullandığını sayı doğrusu parçasını 0 – 2 aralığına genişletin genişletir. o Sayı doğrusu üzerinde tam sayıları temsil eden sayıların karşılık geldiği kesir sayılarını da aynı sayı doğrusu üzerinde göstererek tam sayıların aynı zamanda kesirlerle ifade edilebileceğini gösterin genişletir. o Eşdeğer kesirler kavramını somutlaştırmak için sayı doğrusunu sırayla farklı birimlere bölerek öğrencilere farklı kesirlerin sayı doğrusu üzerinde aynı noktada nasıl konumlandığını gösterin. Bunu yaparken Cuisenarie çubukları gibi somut temsilleri sayı doğrusu ile hizalayarak denklik fikrini güçlendirin. o Aynı sayı doğrusunda kesrin konumu göstermek için eşdeğer kesirleri yan yana değil birbirinin altına yazarak denklik fikrini güçlendirin. o Eşdeğerlik fikrini ondalık sayıları ve yüzdeleri içerecek şekilde genişletin.
Öneri 2: Öğrencilerin nicel büyüklükleri kavraması için sayı doğrusu kullanarak sayıları karşılaştırın ve göreceli büyüklüklerini belirleyin.	
Tam sayıların öğretiminde; o Eşit birimleri kullanarak iki sayıyı sayı doğrusuna yerleştirerek başlayın. o Her sayının sıfıra olan uzaklığının o sayının büyüklüğünü temsil ettiğini açıklayın. o Sayı doğrusunda sağa doğru gidildikçe sayıların büyüklüğünün arttığına dikkat çekerek iki sayıyı karşılaştırırken hangisinin sıfırdan daha fazla eşit birim uzaklıkta olduğuna (pozitif tam sayılarla çalışırken daha sağa) dayanarak hangisinin daha büyük olduğunu belirlediğinizi göstererek açıklayın.	**Rasyonel sayıların öğretiminde;** o Tam sayılarda olduğu gibi kesir ve ondalık sayı büyüklüğünün de bir sayının sıfırın ne kadar sağında veya solunda konumlandırıldığıyla ilgili olduğunu pekiştirin. o Kesirleri karşılaştırmaya geçmeden önce öğrencilerin kesirlerin sonsuz sayıda eşdeğerliğe sahip olabileceğini kesin olarak anladıklarından emin olun. o 0 ile 1 arasındaki kesirleri düşünürken 0, 1/2 ve 1 gibi "kıyaslama sayıları" kullanarak kesirlerin büyüklüğünü karşılaştırmaya model olun. o Öğrencilere tam sayı, kesir ve ondalık sayıların sayı doğruları üzerindeki yerini belirleme ve göreceli büyüklüklerini karşılaştırma konusunda geniş alıştırma fırsatları sağlayın.
Öneri 3: Öğrencilerin işlemlerin altında yatan kavramları anlamalarını sağlamak için sayı doğrusunu kullanın.	
Tam sayıların öğretiminde; o Tam sayıları büyüklüklerine göre karşılaştırmayı öğrendikten sonra öğrenciler sayı doğrusu üzerinde sayılar arasındaki mesafeyi kullanarak toplama ve çıkarma yapmaya başlayabilirler. o Öğrencilerin işaret çentiklerini saymak yerine birim uzunluğa veya mesafeye odaklandıklarından emin olun. o Öğrencilere sayı doğrusu üzerinde modellenen bir işlemin denklemini yazma ve verilen denklemi sayı doğrusu üzerinde modelleme alıştırmaları yaptırın.	**Rasyonel sayıların öğretiminde;** o Aynı paydaya sahip kesirleri sayı doğrusunu kullanarak toplamak ile başlayın. o Daha sonra farklı paydalara sahip kesirleri birbiriyle toplamaya geçin ve farklı paydalar söz konusu olduğunda sayı doğrularının işlemleri nasıl görünür hale getirdiğini açıklayın. o Denklikleri öğrenciler için daha görünür hale getirmek için çift sayı doğrusu kullanın. Böylece öğrenciler bu tür problemlerin çözümünde eşdeğer kesir bulmanın neden gerekli ve doğru bir yaklaşım olduğunu anlayabilirler. o Kesirlerde çarpma ve bölme işlemlerine ilk kez başlarken, çarpanlardan, bölenlerden veya bölenlerden biri olarak tam sayıları dahil edin. Bu durumlarda, sayı doğrusu hem tam sayıları hem de kesirleri etkili bir şekilde temsil ettiğinden sayı doğrusu işlevsel bir temsil aracı olacaktır. o İşlemin altında yatan kavramın anlaşılmasına zemin hazırlamak için bir sözlü problemle başlayın.

Fuchs, Bucka, vd. (2021) *kaynağından uyarlanmıştır.*

KTU 5: Matematik Akıcılığını Geliştirmek İçin Süre Sınırlı Etkinlikleri Kullanmak

Matematik güçlüğü olan öğrenciler, temel aritmetik işlemleri (toplama, çıkarma, çarpma ve bölme) zihinden hızlı bir şekilde yapmakta zorlanırlar (Baroody vd., 2009). Bu sorun, öğretimler sırasında öğrencilerin temel işlemlerle mücadele ederken öğretmenin yeni matematiksel fikirlere ilişkin açıklamalarını takip edememelerine neden olur

(Baroody vd., 2009). Temel aritmetik işlemlerde otomatikleşmek öğrencilere daha karmaşık matematiksel görevleri anlamaları ve çok adımlı işlemleri yürütmeleri için daha fazla zihinsel enerji kaynağı sağlar (Kanive vd., 2014). Dolayısıyla, matematik güçlüğü olan ya da risk altındaki çocukları desteklemek söz konusu olduğunda temel işlem akıcılığını artırmak müdahale programının önemli bir hedefi haline gelmektedir (Fuchs vd., 2008).

Temel işlem akıcılığını geliştirme konusunda süre sınırlı etkinlikler işlevsel bir araç olarak önerilmektedir. Süreli etkinlikler, bir öğretim oturumunun 1 ile 5 dakikalık zaman diliminde gerçekleştirilen, öğrencilerin bu kısa sürede belirli bir hedef kavram ya da beceriye odaklanmış ögeler arasından olabildiğince çok sayıda öge için doğru yanıt üretmesini gerektiren alıştırmalardır (Dyson vd., 2015). Bu etkinlikler müdahalenin odak noktası değildir ve yeni bir kavram ya da işlemin tanıtılması amacına hizmet etmezler. Bunun yerine süre sınırlı etkinlikler, öğrencilerin pek çok oturumlar boyunca üzerinde çalıştıkları bir kavramı pekiştirmeleri veya bir işlemde otomatikleşmeleri amacıyla işe koşulurlar. Temel işlem akıcılığını artırmanın yanı sıra süre sınırlı etkinlikler daha karmaşık matematiksel problemlerin çözümünde önem arz eden alt görev adımlarında otomatikleşmeyi sağlamaya da hizmet edebilir (Fuchs vd., 2009). Örneğin, çok basamaklı sayılarla işlem yaparken basamak değerini tespit etmek ya da matematik problemlerinin çözümünde problemin türünü belirlemek gibi becerilerde otomatikleşmeyi sağlamak için öğretim oturumlarının bir bölümü bu becerilerin gelişmesini sağlayacak süre sınırlı etkinliklere ayrılabilir. Matematik güçlüğü olan veya risk altındaki öğrencilerin matematik akıcılığını geliştirmek üzere süre sınırlı etkinliklere yer veren müdahale programlarının etkililiğini inceleyen 27 araştırmadan güçlü düzeyde kanıt temeli elde edilmiştir (daha detaylı bilgi için bkz. Fuchs, Bucka, vd., 2021). Tablo 5. temel matematik becerilerinde akıcılık geliştiremeyen öğrencilerin akıcılığını desteklemek üzere süre sınırlı etkinliklerin etkili bir şekilde kullanılmasına yönelik alan yazında önerilen stratejileri açıklamaktadır.

Tablo 5. Matematik Akıcılığını Desteklemek Üzere Süre Sınırlı Etkinliklerin Etkili Kullanımına Yönelik Öneriler

Akıcılığı destekleyecek etkinlikler için önceden öğrenilmiş konuları belirleyin ve bir zaman çizelgesi oluşturun.	• Müdahalenin odak noktası olan matematik konusunun daha iyi anlaşılması için hangi temel işlem ya da görev adımlarında akıcılığı geliştirmenin yararlı olacağına karar verin. • Belirlediğiniz alanları öncelik sırasına koyarak zaman çizelgesi oluşturun. • Belirlediğiniz alanlardan birinde akıcılığı destekleyecek etkinlikler planlayın. • Başlangıçta etkinlikte kolay ögelere yer verin. • Öğrenciler kolay maddelerde akıcı hale geldikçe ögelerin zorluğunu artırın. • Daha zor ögelere geçtikçe başlangıçtaki kolay ögelere de yer vermeye devam edin, böylece öğrenciler öge türleri arasında ayrım yapabilirler. • Öğrenciler farklı işlemler üzerinde akıcı hale geldikçe etkinliklere karma işlemleri dahil edin, böylece öğrenciler işlemleri ayırt etme konusunda da akıcı hale gelebilirler. • Öğrenciler bir konu üzerinde haftalarca çalışarak akıcılık geliştirdikten sonra sıradaki konuyu tanıtın.
Süre sınırlı olarak kullanılacak etkinlik türünü ve materyalleri seçin, etkinlik kurallarına dair net beklentiler belirleyin.	• Flaş kartlar, bilgisayar programları veya çalışma sayfaları kullanarak akıcılığı destekleyen etkinlikler hazırlayın (Powell et al., 2009). • Etkinlikte yer alan ögelerin miktarına ya da etkinliğin uygulama biçimine göre etkinlik süresini belirleyin. • Etkinlikleri öğrencilerin grup halinde birlikte ya da bireysel olarak çalışabilecekleri şekilde yapılandırın. • Skor tutmak ya da bireysel puanları artırmak için iş birliği yapmalarını sağlamak gibi oyun benzeri özellikleri periyodik olarak dahil edin. • Küçük grup ortamlarında gerçekleştirilecek etkinlikler için kimin ne şekilde ve ne zaman yanıt vereceğine dair net beklentiler oluşturun.

	Örneğin; oturma sırasına göre sırayla yanıt verme, öğretmenin işaret ettiği öğrencinin yanıt vermesi, ya da öğrencilerin toplu olarak yanıt vermesi gibi yanıtlama biçimlerinden biri tercih edilebilir. Toplu yanıt verme için sözlü yanıtın yanı sıra cevap kartlarını kaldırıp gösterme, mini beyaz tahtalara yazıp gösterme ya da jestlerle gösterme gibi alternatiflerden biri seçilebilir. • Öğrencilerin etkinliğin başlama ve bitiş zamanını ayırt edebilecekleri bir uyarı işareti belirleyin. Örneğin; başlama ve bitiş anında sesli uyarı işareti vermek için mobil telefonunuzun zamanlayıcı özelliğini kullanabilirsiniz.
Öğrencilerin süre sınırlı etkinlik sırasında kullanabilecekleri etkili stratejilere sahip olduklarından emin olun.	• Daha önce öğrenilen içeriğe odaklanan süreli etkinlikler planlayın (Dyson et al., 2015). • Destek öğretim oturumlarının diğer bölümlerinde öğrencilerin süreli etkinlikler sırasında kullanmasını istediğiniz stratejilerin öğretimine yer verin. • Öğrenciler süreli etkinliğe başlamadan önce bildikleri, bir stratejiyi kullanmalarını hatırlatın (Fuchs et al., 2010). • Gerektiğinde süreli etkinlik sırasında kullanmalarını istediğiniz önceden bildikleri bir stratejinin nasıl uygulandığını bir örnekle hatırlatın.
Öğrencilere akıcılıklarındaki gelişmeyi göstererek sıkı çalışmak ve etkili stratejileri kullanmaya devam etmek üzere motive edin.	• Süre sınırlı etkinliklere başlarken öğrencilere amacın kısa sürede olabildiğince çok ve doğru yanıt üretmek olduğunu hatırlatın. • Öğrencilerin her oturumda elde ettiği akıcılık puanını bir tablo ya da grafiğe kaydetmelerini sağlayın. • Öğrencilere bu görsel geri bildirimleri periyodik olarak sunun ve daha önce elde edilen akıcılık puanına erişme ya da onu geçmeye yönelik hedefler belirlemelerini sağlayın. • Hedefler grup olarak ya da bireysel olarak belirlenebilir. Grup hedefleri öğrencilerin üzerindeki bireysel baskıyı hafifletebilir. Bireysel hedefler belirlendiğinde ise bireysel grafiklerin kişiye özel kalmasına özen gösterilmelidir. • Hedef belirlemenin yıpratıcı bir rekabet haline gelmemesi için her öğrencinin kendi performansını sadece kendi önceki performansı ile kıyasladığından emin olun.
Öğrencilere süreli etkinlikler sırasında anında geri bildirim sağlayın ve hatalarını düzeltmek için etkili stratejiler kullanmak üzere yönlendirin.	***Flaş kart vb. etkinlikler:*** Öğrenciler hatalı yanıt verdiğinde derhal yanlış cevabı düzeltmelerini isteyin. Öğrenciler hatayı düzeltmekte zorlanırsa doğru cevaba ulaşmak için önceden öğrendikleri etkili stratejiyi kullanmalarını hatırlatın. Öğrenciler etkili stratejiyi kullanarak hatalarını düzelttikten sonra yeni cevabın neden doğru olduğunu açıklamalarını isteyin. ***Bilgisayar tabanlı programlar:*** Öğrencileri doğru yanıtları için ödüllendiren, yanıtları yanlış olduğunda ise uyarı veren ve hatalı cevabı düzeltmeden sonraki soruya geçmesine izin vermeyen programları tercih edin. ***Çalışma sayfaları:*** Etkinlik süresi bittiğinde öğrencilerin çalışma sayfalarını geri alın. Mümkün olan en kısa sürede cevaplarını kontrol edin, puanlayın ve ardından düzeltilmesi gereken cevapları ve kullanılabilecek etkili stratejileri öğrencilerle birlikte gözden geçirin. Düzeltmeden sonra yeni cevabın neden doğru olduğunu açıklamalarını isteyin.

Fuchs, Bucka, vd. (2021) *kaynağından uyarlanmıştır.*

KTU 6: Ortak Problem Yapılarına Dayalı Problem Çözme Öğretimi Yapmak

Matematikte problem çözme becerilerinin öğretimi, öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerini geliştirmelerine yardımcı olur. Araştırmalar, problem çözme becerilerinin matematik öğretiminin temel bir parçası olduğunu ve öğrencilerin matematik başarısını olumlu yönde etkilediğini göstermektedir (Batty vd., 2010; Fuchs, Seethaler, vd., 2021; Jitendra vd., 2013; Powell vd., 2015; Turhan & Güven, 2014). Ayrıca, problem çözme becerilerinin, öğrencilerin matematiksel öz-yeterlilik algıları üzerinde de olumlu bir etkisi olduğu belirtilmektedir (Ural, 2015). Matematikte problem çözme becerilerinin geliştirilmesi, öğrencilerin matematiksel öz-yeterliliklerini artırarak matematiğe olan tutumlarını olumlu yönde etkilemektedir (Ural, 2015). Bu da öğrencilerin matematikle olan ilişkilerini olumlu yönde etkileyerek matematik başarılarını artırabilir (Özgen vd., 2017).

Matematik problemlerini başarılı bir şekilde çözmek için öğrencilerin şu adımları eksiksiz ve hatasız olarak yerine getirmesi gerekmektedir (Powell vd., 2019):

- Matematik sözcükleri de dahil olmak üzere problem metnini okuyup anlamak.
- Problemin çözümü ile ilişkili olan bilgileri ilişkisiz bilgilerden ayırabilmek.
- Problemi doğru şekilde temsil etmek.
- Problemin çözüme ulaştırmak için uygun aritmetik işlemlere karar vermek.
- Hesaplama yapmak.
- Mantıklı olduğundan emin olmak için cevabı kontrol etmek.

Ne yazık ki matematik güçlüğü olan veya risk altındaki öğrenciler genellikle bu adımların bir veya daha fazlasını yerine getirmekte zorluk yaşarlar ve bu da onların başarılı birer problem çözücü olmalarının önünde büyük bir engel teşkil eder (Jitendra vd., 2015). Araştırmalar, matematik güçlüğü olan ve yetersizlikten etkilenmiş öğrencilerin, matematik problemlerini çözerken akranlarına göre daha fazla zorluk yaşadığını göstermektedir (Powell vd., 2019; Jitendra vd., 2015; Fuchs vd., 2010). Bu nedenle matematik güçlüğü olan ve risk altındaki öğrenciler problem çözme becerilerini geliştirmek için destek öğretime ihtiyaç duyarlar. Ortak problem yapılarına dayalı etkili bir problem çözme yöntemi olarak şema öğretiminin, matematik güçlüğü ve yetersizliği olan öğrenciler için etkili olduğu bulunmuştur (Jitendra vd., 2016; Jitendra vd., 2013; Jitendra vd., 2015; Jitendra vd, 2007; Montague vd, 2011; Fuchs vd, 2010).

İlköğretim sınıflarında problem çözme genellikle dört işlem ile ilişkilendirilen problemlerin sunulmasıyla yapılır (Jitendra vd., 2013). Maalesef aritmetik işlem yapmayı öğrenmek tek başına öğrencilerin matematik problemlerini başarılı bir şekilde çözmeleri için yeterli değildir (Powell vd., 2015). Öğrencilere problem yapısını temsil eden şematik gösterimlerden yararlanarak problemlerin nasıl çözüleceğini öğretmek, onlara cevaba ulaşmak için yalnızca belirli aritmetik işlemlere işaret eden anahtar kelimelere (örneğin, “tamamı”, “farkı” vb.) güvenmeyi öğretmekten daha etkilidir (Jitendra vd., 2007). Matematik güçlüğü olan ve risk altındaki öğrencilere ortak problem yapılarına dayalı problem çözme öğretimini içeren müdahale programlarının etkililiğini inceleyen 18 araştırmadan güçlü düzeyde kanıt temeli elde edilmiştir (detaylı bilgi için bkz. Fuchs, Bucka, vd., 2021).

Öğrencilerin ilköğretim yılları boyunca karşılaştıkları matematik problemleri içerdiği ögeler ve çözümün gerektirdiği aritmetik işlemler bağlamında toplamsal şemalar ve çarpımsal şemalar olarak sınıflandırılmaktadır (Powell & Fuchs, 2018). Her iki kategoride yer alan problemler ise içerdikleri ilişkiler bakımından alt problem türlerine ayrılmaktadır. Bir problem türü, aynı niceliklere veya göze çarpan özelliklere sahip tüm problemleri kapsar (Jitendra vd., 2016).

Toplamsal problem türleri gruplama, karşılaştırma ve değişim problemleri olarak gruplandırılmaktadır. Türü ne olursa olsun toplamsal problemler toplama veya çıkarma kavram ve işlemlerini içerir (Powell & Fuchs, 2018). Toplamsal problem türleri, bu problem türlerini temsil eden şema gösterimleri, çözüm için kullanılan denklem ve problem örnekleri Ek 1’de sunulmuştur. Çarpımsal problem türleri ise eş grup, çarpımsal karşılaştırma ve oran-

orantı problemleri olarak gruplandırılmaktadır. Türü ne olursa olsun çarpımsal problemler çarpma veya bölme kavram ve işlemlerini içerir (Powell & Fuchs, 2018). Çarpımsal problem türleri, bu problem türlerini temsil eden şema gösterimleri, çözüm için kullanılan denklem ve problem örnekleri Ek 2'de sunulmuştur.

Etkili şema öğretimi üç temel ögeden oluşmaktadır (Powell & Fuchs, 2018; Powell vd., 2016). Bu ögelerden ilki, öğrencilere her bir şemanın ne anlama geldiğini öğretmekle ilgilidir. Şema öğretimine, hedeflenen tek bir problem türünün tanıtımıyla başlanır. Bu aşamada içinde bilinmeyen hiçbir ögenin olmadığı problem öyküleri aracılığıyla hedeflenen problem türünün ögeleri ve problem türüne özgü şema tanıtılır. Problem öyküsünde yer alan problem ögelerini nasıl tespit edecekleri ve şemaya nasıl aktaracakları açık anlatım yoluyla öğretilir. Sorumluluğun kademeli olarak öğretmenden öğrenciye aktarıldığı bu süreç öğrenciler problem ögelerini rahatlıkla belirleyebilir hale gelene değin devam eder. Ardından problem türüne özgü olan denklem tanıtılır. Şema ile ilişkilendirilerek her bir problem ögesindeki yeri vurgulanır. Öğrencilere daha önce kullanılanlardan farklı öyküleri kullanarak problem ögelerini belirleme, şemaya yerleştirme ve her bir problem ögesini denklemde yerine koymaya ilişkin alıştırmalar yaptırılır.

Etkili şema öğretiminin ikinci temel ögesi, her şema için bir çözüm stratejisi öğretmekle ilgilidir. Öğrenciler hedeflenen problem türüne ilişkin şemanın anlamını kavradıktan sonra problem ögelerinden birinin bilinmediği gerçek problem örnekleri ile problem çözme aşamasına geçilir. Öğretmenin yüksek sesle düşünerek model olduğu ardından öğrencilere rehberlik ederek adım adım bağımsızlığa ulaştırdığı bu aşamada öğrenciler; gerçek problem metinlerinde yer alan problem ögelerini şemaya yerleştirmeyi, bilinmeyen ögeyi şema üzerinde bir sembol (örneğin '?') ile temsil etmeyi, şemadan yararlanarak problemin çözümüne götüren denklemi yazmayı ve işlem yaparak denklemdeki eksik ögeyi bularak cevabı yazmayı öğrenir.

Etkili şema öğretiminin üçüncü temel ögesi ise problem türleriyle ilişkili önemli sözcük dağarcığını ve dil yapılarını öğretmek ile ilgilidir. Örneğin gruplama problemleri üzerine çalışılırken öğrencilerin alt ve üst kategorileri temsil eden sözcüklere ilişkin ön bilgiye sahip olduğundan emin olmak gerekir. Problem çözme becerisi büyük ölçüde okuma ve dili anlamaya dayanır. Öğrenme güçlüğü olan öğrencilerin okuma ve dile ilişkin sorunları göz önünde bulundurulduğunda problem çözme öğretiminde sözcük dağarcığı ve dil ile ilgili çalışmalara özel zaman ayırmanın önemi aşikardır (Powell & Fuchs, 2018).

SONUÇ

Son yıllarda özel eğitimde kanıt temelli uygulamalara yönelik çalışmaların odağı, etkili müdahaleleri tanımlamaktan bunların öğretim ortamlarında uygulanmasının önündeki engelleri keşfetmeye doğru kaymıştır (Russo-Campisi, April 2017). Kısaca araştırma-uygulama boşluğu olarak adlandırılabilecek olan bu meselenin araştırmaların odak noktası haline gelmesi oldukça öngörülebilir ve olağandır. Öyle ki eğitim araştırmacılarının tüm çabalarının nihai hedefi öğrenciler için olumlu çıktılar sağlayabilecek ürünler ortaya koyabilmektir. Bu hedefin gerçekleşmesinin önündeki en büyük engel ise etkililiği araştırmalarca ortaya konmuş olan uygulamalar gerçek öğretim ortamlarında nadiren kullanılırken öğrenci çıktıları üzerinde etkisiz veya sınırlı etkiye sahip ve hatta olumsuz etkisi olan diğer uygulamaların öğretmenler tarafından sıklıkla tercih edilmesidir (Burns ve Ysseldyke, 2009; Carnine, 1997). Öğretmenlerin kanıt temelli uygulamaların neler olduğu ve bu uygulamaların gerçek öğretim ortamlarında nasıl işe koşulacağı konusunda bilgilendirilmesineyönelik çalışmalar araştırma-uygulama boşluğunun giderilerek kanıt temelli uygulamaların öğretim ortamlarında kullanılmasına katkı sağlayacaktır.

ETİK METİN

Bu makalede dergi yazım kurallarına, yayın ilkelerine, araştırma ve yayın etiğine, dergi etik kurallarına uyulmuştur. Makaleyle ilgili meydana gelebilecek ihlallerin sorumluluğu yazarlara aittir.

Yazarların Katkı Oranı Beyanı: Bu çalışmada birinci yazarın katkı oranı %60, ikinci yazarın katkı oranı %40'tır.

KAYNAKÇA

Agrawal, J., & Morin, L. L. (2016). Evidence-based practices: Applications of concrete representational abstract framework across math concepts for students with mathematics disabilities. *Learning Disabilities Research & Practice, 31*(1), 34-44. https://doi.org/10.1111/ldrp.12093

Bailey, D. H., Fuchs, L. S., Gilbert, J. K., Geary, D. C., & Fuchs, D. (2020). Prevention: Necessary but insufficient? A 2-Year Follow-Up of an effective First-Grade mathematics intervention. *Child Development, 91*(2), 382-400. https://10.1111/cdev.13175

Baroody, A. J., Bajwa, N. P., & Eiland, M. (2009). Why can't Johnny remember the basic facts? *Developmental Disabilities Research Reviews, 15*(1), 69-79. https://doi.org/10.1002/ddrr.45

Batty, G. D., Kivimäki, M., & Deary, I. J. (2010). Intelligence, education, and mortality. *British Medical Journal, 340*, 989–990. https://doi.org/10.1136/bmj.c563

Bay-Williams, J. M., & Livers, S. (2009). Supporting math vocabulary acquisition. *Teaching Children Mathematics, 16*(4), 238-245. https://doi.org/10.5951/TCM.16.4.0238

Beck, I. L., McKeown, M. G., & Kucan, L. (2002). *Bringing words to life: Robust vocabulary instruction.* Guilford Press.

Berch, D. B., & Mazzocco, M. M. M. (Eds.). (2007). *Why is math so hard for some children? The nature and origins of mathematical learning difficulties and disabilities.* Paul H. Brookes Publishing.

Bouck, E. C., Satsangi, R., & Park, J. (2018). The concrete–representational–abstract approach for students with learning disabilities: An evidence-based practice synthesis. *Remedial and Special Education*, *39*(4), 211-228. https://doi.org/10.1177/074193251772171

Bryant, D. P., Bryant, B. R., Roberts, G., Vaughn, S., Pfannenstiel, K. H., Porterfield, J., & Gersten, R. (2011). Early numeracy intervention program for first-grade students with mathematics difficulties. *Exceptional Children*, *78*(1), 7-23.

Bryant, D. P., Goodwin, M., Bryant, B. R., & Higgins, K. (2003). Vocabulary instruction for students with learning disabilities: A review of the research. *Learning Disability Quarterly, 26*(2), 117-128. https://doi.org/10.2307/1593594

Burns, M. K., & Ysseldyke, J. E. (2009). Reported prevalence of evidence-based instructional practices in special education. *The Journal of Special Education, 43,* 3-11. doi:10.1177/0022466908315563

Capraro, M. M., & Joffrion, H. (2006). Algebraic equations: Can middle-school students meaningfully translate from words to mathematical symbols? *Reading Psychology, 27*(2-3), 147-164. https://doi.org/10.1080/02702710600642467

Carnine, D. (1997). Bridging the research-to-practice gap. *Exceptional Children, 63,* 513-521.

Chambless, D. L., Sanderson, W. C., Shoham, V., Johnson, S. B., Pope, K. S., Crits-Christoph, P., ... & McCurry, S. (1996). An update on empirically validated therapies. *The Clinical Psychologist, 49*(2), 5-18.

Clarke, B., Doabler, C. T., Kosty, D., Kurtz-Nelson, E., Smolkowski, K., Fien, H., & Turtura, J. (2017). Testing the efficacy of a kindergarten mathematics intervention by small group size. *AERA Open, 3*(2), 1-16. https://doi.org/10.1177/2332858417706899

Clarke, B., Doabler, C. T., Nelson, N. J., & Shanley, C. (2015). Effective instructional strategies for kindergarten and first-grade students at risk in mathematics. *Intervention in School and Clinic, 50*(5), 257-265. https://doi.org/10.1177/105345121456088

Cook, B. G., & Cook, S. C. (2013). Unraveling evidence-based practices in special education. *The Journal of Special Education*, *47*(2), 71-82. https://doi.org/10.1177/0022466911420877

Cook, B. G., Haggerty, N. K., & Smith, G. J. (2018). Leadership and instruction: Evidence-based practices in special education. In J. B. Crockett, B. Billingsley, & M. L. Boscardin (Eds.), *Handbook of leadership and administration for special education* (pp. 353-370). Routledge.

Cook, B. G., Smith, G. J., & Tankersley, M. (2012). Evidence-based practices in education. In K. R. Harris, S. Graham, T. Urdan, C. B. McCormick, G. M. Sinatra, & J. Sweller (Eds.), *APA educational psychology handbook*, Vol. 1. Theories, constructs, and critical issues (pp. 495-527). American Psychological Association. https://doi.org/10.1037/13273-017

Cook, B. G., Tankersley, M., Cook, L., & Landrum, T. J. (2008). Evidence-based practices in special education: Some practical considerations. *Intervention in School and Clinic, 44*(2), 69-75. https://doi.org/10.1177/105345120832145

Cook, B. G., Tankersley, M., & Landrum, T. J. (2009). Determining evidence-based practices in special education. *Exceptional Children, 75*(3), 365-383. https://doi.org/10.1177/001440290907500306

Dennis, M.S., Sharp, E., Chovanes, J., Thomas, A., Burns, R.M., Custer, B., & Park, J. (2016). A meta-analysis of Empirical research on teaching students with mathematical learning difficulties. *Learning Disabilities Research & Practice, 31(*3), 156-168. DOI:10.1111/ldrp.12107

Dunston, P. J., & Tyminski, A. M. (2013). What's the big deal about vocabulary? *Mathematics Teaching in the Middle School, 19*(1), 38-45. https://doi.org/10.5951/mathteacmiddscho.19.1.0038

Dyson, N., Jordan, N. C., Beliakoff, A., & Hassinger-Das, B. (2015). A kindergarten number- sense intervention with contrasting practice conditions for low-achieving children. *Journal for Research in Mathematics Education, 46*(3), 331-370. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.46.3.0331

Dyson, N. I., Jordan, N. C., Rodrigues, J., Barbieri, C., & Rinne, L. (2020). A fraction sense intervention for sixth graders with or at risk for mathematics difficulties. *Remedial and Special Education*, *41*(4), 244-254. https://doi.org/10.1177/0741932518807139

Fien, H., Doabler, C. T., Nelson, N. J., Kosty, D. B., Clarke, B., & Baker, S. K. (2016). An examination of the promise of the NumberShire Level 1 gaming intervention for improving student mathematics outcomes. *Journal of Research on Educational Effectiveness,* *9*(4), 635- 661. https://doi.org/10.1080/19345747.2015.1119229

Fixsen, D. L., Blase, K. A., Horner, R., & Sugai, G. (2009). *Intensive Technical Assistance. Scaling-Up Brief.* Number 2. FPG Child Development Institute.

Flores, M. M. (2010). Using the concrete-representational- abstract sequence to teach subtraction with regrouping to stu- dents at risk for failure. *Remedial and Special Education, 31*, 195-207. doi:10.1177/0741932508327467

Forness, S. R., Kavale, K. A., Blum, I. M., & Lloyd, J. W. (1997). Mega-analysis of meta-analyses: What works in special education and related services. *Teaching Exceptional Children, 29*, 4-9.

Fuchs, L. S., Bucka, N., Clarke, B., Dougherty, B., Jordan, N. C., Karp, K. S., ... & Morgan, S. (2021). *Assisting Students Struggling with Mathematics: Intervention in the Elementary Grades. Educator's Practice Guide.* WWC 2021006. What Works Clearinghouse.

Fuchs, L. S., Compton, D. L., Fuchs, D., Paulsen, K., Bryant, J. D., & Hamlett, C. L. (2005). The prevention, identification, and cognitive determinants of math difficulty. Journal of Educational Psychology, 97(3), 493-513.

Fuchs, L. S., & Fuchs, D. (2001). Principles for the prevention and intervention of mathematics difficulties. Learning Disabilities Research & Practice, 16(2), 85-95. https://doi.org/10.1111/0938-8982.00010

Fuchs, L. S., Fuchs, D., & Hollenbeck, K. H. (2007). Extending responsiveness to intervention to mathematics at first and third grades. Learning Disabilities Research & Practice, 22(1), 13-24. doi:10.1111/j.1540-5826.2007. 00227.x.

Fuchs, L. S., Malone, A. S., Preacher, K. J., Fuchs, D., Wang, A. Y., & Pachmayr, R. (2019). Effects of fourth- and fifth-grade Super Solvers intervention on fraction magnitude understanding and calculation skill: A research report. Vanderbilt University.

Fuchs, L. S., Powell, S. R., Hamlett, C. L., Fuchs, D., Cirino, P. T., & Fletcher, J. M. (2008). Remediating computational deficits at third grade: A randomized field trial. Journal of Research on Educational Effectiveness, 1(1), 2-32. https://doi.org/10.1080/19345740701692449

Fuchs, L. S., Powell, S. R., Seethaler, P. M., Cirino, P. T., Fletcher, J. M., Fuchs, D., Hamlett, C. L., & Zumeta, R. O. (2009). Remediating number combination and word problem deficits among students with mathematics difficulties: A randomized control trial. Journal of Educational Psychology, 101(3), 561-576. https://eric.ed.gov/?id=EJ861181

Fuchs, L. S., Seethaler, P. M., Sterba, S. K., Craddock, C., Fuchs, D., Compton, D. L., ... & Changas, P. (2021). Schema-based word-problem intervention with and without embedded language comprehension instruction. Journal of Educational Psychology, 113(1), 86-103. Retrieved December 15, 2023 from https://frg.vkcsites.org/wp-content/uploads/2019/05/Schema-Based-Word-Problem-Intervention-WithandWithout-Embedded-Instruction.pdf

Fuchs, L. S., Zumeta, R. O., Schumacher, R. F., Powell, S. R., Seethaler, P. M., Hamlett, C. L., & Fuchs, D. (2010). The effects of schema-broadening instruction on second graders' word-problem performance and their ability to represent word problems with algebraic equations: A randomized control study. The Elementary School Journal, 110(4), 440-463. doi: 10.1086/651191

Fuchs, L. S., Schumacher, R. F., Long, J., Namkung, J., Malone, A. S., Wang, A., Hamlett, C. L., Jordan, N. C., Siegler, R. S., & Changas, P. (2016). Effects of intervention to improve at-risk fourth graders' understanding, calculations, and word problems with fractions. The Elementary School Journal, 116(4), 625-651. https://eric.ed.gov/?id=EJ1103953

Geary, D. C. (2011). Consequences, characteristics, and causes of poor mathematics achievement and mathematical learning disabilities. Journal of Developmental and Behavioral Pediatrics, 32, 250-263.

Gersten, R., Beckmann, S., Clarke, B., Foegen, A., Marsh, L., Star, J. R., & Witzel, B. (2009). Assisting students struggling with mathematics: Response to Intervention (RtI) for elementary and middle schools (NCEE 2009-4060). National Center for Education Evaluation and Regional Assistance, Institute of Education Sciences, U.S. Department of Education. Retrieved December 15, 2023 from https://ies.ed.gov/ncee/WWC/Docs/PracticeGuide/rti_math_pg_042109.pdf

Gersten, R., Fuchs, L. S., Compton, D., Coyne, M., Greenwood, C., & Innocenti, M. S. (2005). Quality indicators for group experi- mental and quasi-experimental research in special education. *Exceptional Children, 71*, 149-164. https://doi.org/10.1177/001440290507100202

Haynes, R. B., Sackett, D. L., Richardson, W. S., Rosenberg, W., & Langley, G. R. (1997). Evidence-based medicine: How to practice & teach EBM. *Canadian Medical Association. Journal, 157*(6), 788.

Horner, R. H., Sugai, G., & Anderson, C. M. (2010). Examining the evidence base for school-wide positive behavior support. *Focus on Exceptional Children, 42*(8), 1-14. https://doi.org/10.17161/foec.v42i8.6906

Horner, R. H., Carr, E .G., Halle, J., McGee, G., Odom, S., & Wolery, M. (2005). The use of single-subject research to identify evidence- based practice in special education. *Exceptional Children, 71*, 165-179. https://doi.org/10.1177/001440290507100203

Jitendra, A. K., Dupuis, D. N., Rodriguez, M. C., Zaslofsky, A. F., Slater, S., Cozine-Corroy, K., & Church, C. (2013). A randomized controlled trial of the impact of schema-based instruction on mathematical outcomes for third-grade students with mathematics difficulties. *Elementary School Journal, 114*(2), 252-276. https://eric.ed.gov/?id=EJ1015539

Jitendra, A. K., Griffin, C. C., Deatline- Buchman, A., & Sczesniak, E. (2007). Mathematical word problem solving in third-grade classrooms. *Journal of Educational Research, 100*, 283-302. doi:10.3200/JOER.100.5.283-302

Jitendra, A. K., Harwell, M. R., Dupuis, D. N., Karl, S. R., Lein, A. E., Simonson, G., et al. (2015). Effects of a research-based intervention to improve seventh-grade Students' proportional problem solving: a cluster randomized trial. *Journal of Educational Psychology. 107,* 1019-1034. doi: 10.1037/edu0000039

Jitendra, A. K., Nelson, G., Pulles, S. M., Kiss, A. J., & Houseworth, J. (2016). Is mathematical representation of problems an evidence-based strategy for students with mathematics difficulties? *Exceptional Children, 83(*1), 8-25. https://doi.org/10.1177/0014402915625062

Jitendra, A. K., Rodriguez, M., Kanive, R., Huang, J.-P., Church, C., Corroy, K. A., & Zaslofsky, A. (2013). Impact of small-group tutoring interventions on the mathematical problem solving and achievement of third-grade students with mathematics difficulties. *Learning Disability Quarterly, 36*(1), 21-35. https://doi.org/10.1177/0731948712457561

Kanive, R., Nelson, P. M., Burns, M. K., & Ysseldyke, J. (2014). Comparison of the effects of computer-based practice and conceptual understanding interventions on mathematics fact retention and generalization. *Journal of Educational Research, 107*(2), 83-89. https://doi.org/10.1080/00220671.2012.759405

Keijzer, R., & Terwel, J. (2003). Learning for mathematical insight: A longitudinal comparative study on modelling. *Learning and Instruction, 13*(3), 285-304. https://doi.org/10.1016/S0959-4752(02)00003-8

Kratochwill, T. R., & Stoiber, K. C. (2002). Evidence-based interventions in school psychology: Conceptual foundations of the Procedural and Coding Manual of Division 16 and the Society for the Study of School Psychology Task Force. *School Psychology Quarterly, 17*(4), 341. https://doi.org/10.1521/scpq.17.4.341.20872

Lannin, J., van Garderen, D., & Kamuru, J. (2020). Building a strong conception of the number line. *Mathematics Teacher: Learning & Teaching PK–12, 113*(1), 18-24. https://doi.org/10.5951/ MTLT.2019.0061

Mayer, M. J. (2011). Evidence-based standards and methodological issues in school violence and related prevention research in education and the allied disciplines. In S. R. Jimerson, A. B. Nickerson, M. J. Mayer, & M. J. Furlong (Eds.), *The handbook of school violence and school safety: International research and practice (2nd ed.)*. Routledge. doi:10.4324/9780203841372-21

Monroe, E. E., & Orme, M. P. (2002). Developing mathematical vocabulary. *Preventing School Failure: Alternative Education for Children and Youth, 46*(3), 139-142. https://eric.ed.gov/?id=EJ648803

Montague, M., Enders, C., & Dietz, S. (2011). Effects of cognitive strategy instruction on math problem solving of middle school students with learning disabilities. *Learning Disability Quarterly, 34*, 262-272. doi:10.1177/0731948712463368

Murphy, M. M., Mazzocco M. M. M., Hanich L., & Early M. C. (2007). Cognitive characteristics of children with mathematics learning disability (MLD) vary as a function of the cut-off criterion used to define MLD. *Journal of Learning Disabilities, 40*, 458-478.

Xin, Y. P., Tzur, R., Hord, C., Liu, J., Park, J. Y., & Si, L. (2017). An intelligent tutor-assisted mathematics intervention program for students with learning difficulties. *Learning Disability Quarterly*, *40*(1), 4-16.

Korlu, Ö. (8 Aralık 2023). Bir bakışta PISA 2022. Retrieved December 15, 2023 from https://www.egitimreformugirisimi.org/bir-bakista-pisa-2022/

Kuhl, U., Sobotta, S., & Skeide, M. A. (2021). Mathematical learning deficits originate in early childhood from atypical development of a frontoparietal brain network. *PLoS Biology, 19*(9), e3001407. https://10.1371/journal.pbio.3001407

MEB (17 Mayıs 2022). Matematik seferberliği başladı. https://www.meb.gov.tr/matematik-seferberligi-basladi/haber/26241/tr

MEB (Ağustos, 2020). Liselere geçiş sistemi (LGS) merkezi sistemle yerleşen öğrencilerin performansı. https://www.meb.gov.tr/meb_iys_dosyalar/2020_08/10084528_No14_LGS_2020_Merkezi_Sinavla_Yerlesen_Ogrencilerin_Performansi.pdf

MEB (Temmuz, 2021). Liselere geçiş sistemi (LGS) merkezi sistemle yerleşen öğrencilerin performansı. https://cdn.eba.gov.tr/icerik/2021/07/rapor/No_17-LGS_2021 merkezi_yerlestirme_211730.pdf

MEB (Temmuz, 2022). Liselere geçiş sistemi (LGS) merkezi sistemle yerleşen öğrencilerin performansı. https://cdn.eba.gov.tr/icerik/2022/07/LGS_2022_2_Merkezi_Sinav_Performans.pdf

Odom, S. L., Brantlinger, E., Gersten, R., Horner, R. H., Thompson, B., & Harris, K. R. (2005). Research in special education: Scientific methods and evidence-based practices. *Exceptional Children, 71*, 137-148.

Olkun, S. (2015). Matematik öğrenme güçlükleri / diskalkuli. In S. S. Yıldırım-Doğru (Eds.), *Öğrenme güçlükleri* (s. 211-226). Eğiten Kitap.

Özgen, K., Ay, M., Kiliç, Z., Özsoy, G., & Alpay, F. (2017). Ortaokul öğrencilerinin öğrenme stilleri ve matematiksel problem çözmeye yönelik tutumlarının incelenmesi. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 1(*41), 215. https://doi.org/10.21764/efd.55023

Özmen, E. R. (2017). Öğrenme güçlüğü hakkında temel bilgiler ve uygulamalar. In E. R. Özmen (Eds.), *Öğrenme güçlüğü destek seti*. Eğiten Kitap.

Peters, M. T., & Heron, T. E. (1993). When the best is not good enough: An examination of best practice. *The Journal of Special Education, 26*, 371-85. doi:10.1177/002246699302600403

Pierce, M. E., & Fontaine, L. M. (2009). Designing vocabulary instruction in mathematics. *The Reading Teacher, 63*(3), 239-243. https://doi.org/10.1598/RT.63.3.7

Powell, S. R. (2015). Connecting evidence-based practice with implementation opportunities in special education mathematics preparation. *Intervention in School and Clinic, 51*(2), 90-96. https://doi.org/10.1177/105345121557926

Powell, S. R., & Driver, M. K. (2015). The influence of mathematics vocabulary instruction embedded within addition tutoring for first-grade students with mathematics difficulty. *Learning Disability Quarterly, 38*(4), 221-233. https://doi.org/10.1177/0731948714564574

Powell, S. R., & Fuchs, L. S. (2018). Effective word-problem instruction: Using schemas to facilitate mathematical reasoning. *Teaching Exceptional Children, 51*(1), 31-42. https://doi.org/10.1177/0040059918777250

Powell, S. R., Fuchs, L. S., Cirino, P. T., Fuchs, D., Compton, D. L., & Changas, P. C. (2015). Effects of a multitier support system on calculation, word problem, and prealgebraic performance among at-risk learners. *Exceptional Children, 81*(4), 443-470. https://doi.org/10.1177/0014402914563702

Powell, S. R., Stevens, E. A., & Berry, K. A. (2019). Effects of a word-problem intervention on word-problem language features for third-grade students with mathematics difficulty. *Learning Disabilities: A Multidisciplinary Journal, 24*(2), 1-14. https://doi.org/10.18666/LDMJ-2019-V24-I2-9835

Roberts, N. S., & Truxaw, M. P. (2013). For ELLs: Vocabulary beyond the definitions. *The Mathematics Teacher, 107*(1), 28-34. https://doi.org/10.5951/mathteacher.107.1.0028

Russo-Campisi, J. (2017, April). Evidence-based practices in special education: Current assumptions and future considerations. In *Child & Youth Care Forum* (Vol. 46, pp. 193-205). Springer US.

Sackett, D. L., Rosenberg, W. M., Gray, J. M., Haynes, R. B., & Richardson, W. S. (1996). Evidence based medicine: what it is and what it isn't. *BMJ, 312*(7023), 71-72. doi: https://doi.org/10.1136/bmj.312.7023.71

Sarı, M. H., Arıkan, S., & Yıldızlı, H. (2017). Factors Predicting Mathematics Achievement of 8th Graders in TIMSS 2015. *Journal of Measurement and Evaluation in Education and Psychology, 8*(3), 246-265. https://doi.org/10.21031/epod.303689

Siegler, R. S., Thompson, C. A., & Schneider, M. (2011). An integrated theory of whole number and fractions development. *Cognitive Psychology, 62*(4), 273–296. https://doi.org/10.1016/j.cogpsych.2011.03.001

Slavin, R. E. (2002). Evidence-based education policies: Transforming educational practice and research. *Educational Researcher, 31*, 15-21. https://doi.org/10.3102/0013189X031007015

Slavin, R. E. (2008). What works? Issues in synthesizing educational program evaluations. *Educational Researcher, 37*(1), 5-14. https://www.jstor.org/stable/30133882

Soysal, S. (2019). The effects of getting home learning resources and preschool education training on timss 2015 mathematics and science performance. *Academy Journal of Educational Sciences, 3*(2), 101-113. https://doi.org/10.31805/acjes.630044

Steedly, K., Dragoo, K., Arafeh, S., & Luke, S. D. (2008). Effective mathematics instruction. *Evidence for Education, 3*(1),2-11. National Dissemination Center for Children with Disabilities. https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED572704.pdf

Suna, E. & Özer, M. (2021). The achievement gap between schools and relationship between achievement and socioeconomic status in Turkey. *Eğitimde ve Psikolojide Ölçme ve Değerlendirme Dergisi, 12*(1), 54-70. https://doi.org/10.21031/epod.860431

The IRIS Center. (2017). High-quality mathematics instruction: What teachers should know. Retrieved December 1, 2023 from https://iris.peabody.vanderbilt.edu/module/math/

Toraman, Ç., Çelik, Ö., & Çakmak, M. (2018). The effect of game-based learning environments on academic achievement: a meta-analysis study. *Kastamonu Eğitim Dergisi, 26*(6), 1803-1811. https://doi.org/10.24106/kefdergi.2074

Tosuntaş, Ş., Inci, T., & Çubukçu, Z. (2020). The effect of teaching methods on student achievement in geography teaching. *International Journal of Geography and Geography Education, 42,* 52-71. https://doi.org/10.32003/igge.673651

Turhan, B. and Güven, M. (2014). The effect of mathematics instruction with problem posing approach on problem solving success, problem posing ability and views towards mathematics. *Cukurova University Faculty of Education Journal, 43*(2), 217-234. https://doi.org/10.14812/cufej.2014.021

Ural, A. (2015). The effect of mathematics self-efficacy on anxiety of teaching mathematics. *Kuramsal Eğitimbilim, 2015*(2), 173-184. https://doi.org/10.5578/keg.9075

Vaughn, S., & Dammann, J. E. (2001). Science and sanity in special education. *Behavioral Disorders, 27*(1), 21-29. https://doi.org/10.1177/01987429010270010

What Works Clearinghouse (2022). What Works Clearinghouse procedures and standards handbook, version 5.0. U.S. Department of Education, Institute of Education Sciences, National Center for Education Evaluation and Regional Assistance (NCEE). This report is available on the What Works Clearinghouse website at https://ies.ed.gov/ncee/wwc/Handbooks.

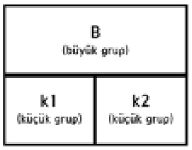
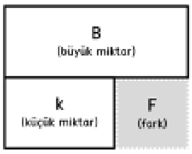
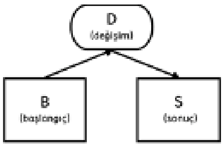
Witzel, B. S. (2005). Using CRA to teach algebra to students with math difficulties in inclusive settings. Learning Disabilities: A Contemporary Journal, 3(2), 49-60. https://eric.ed.gov/?id=EJ797683

Witzel, B. S., Mercer, C. D., & Miller, M. D. (2003). Teaching algebra to students with learning difficulties: An investigation of an explicit instruction model. Learning Disabilities Research & Practice, 18(2), 121-131. https://doi.org/10.1111/1540-5826.00068

Xin, Y. P., Tzur, R., Hord, C., Liu, J., Park, J. Y., & Si, L. (2017). An intelligent tutor-assisted mathematics intervention program for students with learning difficulties. *Learning Disability Quarterly*, *40*(1), 4-16. https://doi.org/10.1177/0731948716648740

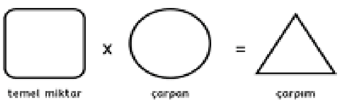
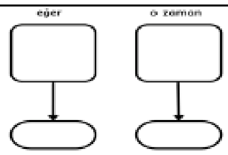
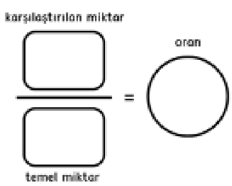
EKLER

Ek 1. Toplamsal Problemler

Problem türü ve tanımı	Temsil şeması ve denklem	Örnek problemler		
Gruplama problemleri: Küçük gruplar bir araya gelerek büyük grubu oluşturur.	 k1 + k2 = B	*Büyük grup bilinmiyor:* Ali'nin 3, Ayşe'nin 2 şekeri var. İkisinin birlikte kaç şekeri olur?	*Küçük grup bilinmiyor:* Ali ile Ayşe'nin toplam 5 şekeri var. Şekerlerden 3 tanesi Ali'nin olduğuna göre Ayşe'nin kaç şekeri vardır?	-
Karşılaştırma problemleri: Farkı bulmak için gruplar karşılaştırılır.	 B – k = F	*Fark bilinmiyor:* Ali'nin 3, Ayşe'nin 2 şekeri var. Ali'nin şekerleri Ayşe'nin şekerlerinden kaç fazladır?	*Büyük miktar bilinmiyor:* Ayşe'nin 2 şekeri var. Ali'nin Ayşe'den 1 fazla şekeri olduğuna göre Ali'nin kaç şekeri var?	*Küçük miktar bilinmiyor:* Ali'nin 3 şekeri var. Ali'nin Ayşe'den 1 fazla şekeri olduğuna göre Ayşe'nin kaç şekeri var?
Değişim problemleri: Başlangıç miktarı artarak ya da azalarak değişir.	 B + D = S B – D = S	*Sonuç bilinmiyor (birleştirme):* Ali'nin 3 şekeri vardı. Ayşe Ali'ye 2 şeker daha verdi. Ali'nin kaç şekeri oldu? *Sonuç bilinmiyor (ayırma):* Ali'nin 3 şekeri vardı. Ali, şekerlerinden 2 tanesini Ayşe'ye verdi. Ali'nin kaç şekeri kaldı?	*Değişim bilinmiyor (birleştirme):* Ali'nin 3 şekeri vardı. Ayşe de şekerlerini Ali'ye verince Ali'nin 5 şekeri oldu. Ayşe Ali'ye kaç şeker vermiştir? *Değişim bilinmiyor (ayırma):* Ali'nin 3 şekeri vardı. Şekerlerinin birazını Ayşe'ye verince, Ali'nin 1 şekeri kaldı. Ali Ayşe'ye kaç şeker verdi?	*Başlangıç bilinmiyor (birleştirme):* Ayşe Ali'ye 2 şeker daha verince Ali'nin 5 şekeri oldu. Başlangıçta Ali'nin kaç şekeri vardı? *Başlangıç bilinmiyor (ayırma):* Şekerlerinden 2 tanesini Ayşe'ye verince Ali'nin 1 şekeri kaldı. Ayşe'ye vermeden önce Ali'nin kaç şekeri vardı?

Powell & Fuchs (2018) kaynağından uyarlanmıştır.

Ek 2. Çarpımsal Problemler

Problem türü ve tanımı	Temsil şeması ve denklem	Örnek problemler		
Eş grup problemleri:		*Çarpım bilinmiyor:* Ali marketteki 6'lı yumurta kutularından 5 kutu aldı. Ali toplam kaç yumurta almıştır?	*Grup büyüklüğü bilinmiyor:* Ali marketten 5 kutu yumurta aldı. Yumurtaların toplam sayısı 30 olduğuna göre bir kutuda kaç yumurta vardır?	*Grup sayısı bilinmiyor:* Ali marketteki 6'lı yumurta kutularından aldı. Yumurtaların toplam sayısı 30 olduğuna göre Ali kaç kutu yumurta almıştır?
Çarpımsal karşılaştırma problemleri:		*Çarpım bilinmiyor:* Mavi şapkanın fiyatı 6 liradır. Kırmızı şapkanın fiyatı mavi şapkanın şapka kaç liradır?	*Temel miktar bilinmiyor:* Kırmızı şapkanın fiyatı 18 liradır. Kırmızı şapkanın fiyatı mavi şapkanın fiyatının 3 katı ise mavi şapka kaç liradır?	*Çarpan bilinmiyor:* Kırmızı şapkanın fiyatı 18 lira, mavi şapkanın fiyatı ise 6 liradır. Buna göre kırmızı şapkanın fiyatı, mavi şapkanın fiyatının kaç katıdır?
Orantı problemleri:		*Özne bilinmiyor:* Bir işçi 2 saatte 36 tane fidan dikiyor. Bu çiftçi 7 saatte kaç fidan diker?	*Nesne bilinmiyor:* Bir işçi 2 saatte 36 tane fidan dikiyor. Bu çiftçinin 126 fidanı dikmesi kaç saat sürer?	
Oran problemleri:		*Temel miktar bilinmiyor:* Bir sınıfta kız öğrencilerin erkek öğrencilere oranı 3/5'tir. Bu sınıfta 15 kız olduğuna göre erkeklerin sayısı kaçtır?	*Karşılaştırılan miktar bilinmiyor:* Bir sınıftaki kız öğrencilerin erkek öğrencilere oranı 3/5'tir. Bu sınıfta 25 erkek öğrenci olduğuna göre kız öğrencilerin sayısı kaçtır?	*Oran bilinmiyor:* Bir sınıfta 15 kız, 25 tane de erkek öğrenci vardır. Buna göre kız öğrencilerin erkek öğrencilere oranı kaçtır?

Powell & Fuchs (2018) kaynağından uyarlanmıştır.