(ISSN: 2587-0238)

Dikkartın-Övez, F.T. & İnce, İ. (2024). Examination Of Seven Grade Students'; Pattern Generalızatıon Processes And Preferred, *International Journal of Education Technology and Scientific Researches, 9(26), 84-129.*

DOI: http://dx.doi.org/10.35826/ijetsar.728

Article Type: Research Article

EXAMINATION OF SEVEN GRADE STUDENTS'; PATTERN GENERALIZATION PROCESSES AND PREFERRED STRATEGIES[1]

Filiz Tuba DİKKARTIN ÖVEZ[2]

Assoc. Prof. Dr., Balikesir University, Necatibey Faculty of Education, Balikesir, Türkiye, tdikkartin@balikesir.edu.tr

ORCID: 0000-0003-2646-5327

İlayda İNCE

Mathematics Teacher, Kadriye Çiftçi Secondary School, Ministry of National Education, Van, Türkiye, ilaydancee@gmail.com

ORCID:0000-0001-8927-9543

Received: 02.12.2023 *Accepted: 15.02.2024* *Published: 04.03.2024*

ABSTRACT

Generalization is a very important element of mathematics. It is the basic building block of mathematical thinking, starting from counting to functional thinking. It is important for the development of mathematical thinking that the students understand why and how the task is performed instead of mechanically performing the generalization process. In this study, the generalization processes of patterns and the strategies preferred by seventh-grade middle school students in the process of generalizing patterns were examined. The qualitative research design was taken as a basis for collecting, analyzing, and interpreting the data. The study group consisted of 152 seventh-grade students selected by a simple random sampling method. The Pattern Test developed by the researchers was used as a data collection tool. According to the results of the study, it was observed that most of the students could not make algebraic generalizations and remained at the level of arithmetic generalization or immature induction. Students have been determined to prefer iterative and modelling for finding terms close to the pattern, iterative multiplication with a difference as the most favoured strategy in the middle step, and iterative multiplication with a difference and functional strategies for determining terms far from the pattern. The study showed that the participants were successful in identifying the components of the pattern, one of the steps of pattern generalization process, but the number of students who recognized the common feature. The results showed that students generally used different strategies in solving the same problem and did not stick to a single strategy.

Keywords: Pattern generalization process, pattern generalization strategies, teaching algebra.

[1] This study includes a part of İlayda İnce's master's thesis study, which was carried out under the supervision of Dr. Filiz Tuba Dikkartın Övez.

2 Corresponding Author: Assoc. Prof. Dr., Balıkesir University, Necatibey Faculty of Education, Department of Mathematics and Science Education, Balıkesir , Türkiye tdikkartin@balikesir.edu.tr

INTRODUCTION

One answer to the question "What is mathematics?" is given as "the science of patterns and order" (Van De Walle, Bay-Williams, Lovin and Karp, 2013). Generalization is one of the main goals of mathematics learning. While solving problems, students look for a pattern and reach a generalization by analyzing the pattern (Tanışlı, Köse & Camcı, 2017). The underlying basis of the patterns that children encounter in their daily lives and preschool education is to enable them to understand mathematics. To help them develop their intuitive knowledge, teachers need to master these basic mathematical concepts (Ersoy, 2006). Patterns are the key concept for students to develop the ability to create their patterns (Tanışlı, 2008). To succeed in algebra, the algebraic language must be spoken fluently. Therefore, students need to internalize the concepts and symbols used in algebra (Kieran, 1992). Instead of giving direct information about rules and formulas, students should be guided to make generalizations and formulate rules and formulas by giving hints (Toluk, 2003).

Patterns are a key concept in the development of number sense, mathematical exploration, and algebraic thinking. Recognizing, maintaining, and creating patterns is important for exploring the order of mathematics and making mathematical generalizations (Burns, 2000; as cited in İspir & Palabıyık, 2011). Many math concepts are based on patterns. Important topics of mathematics such as the concept of numbers, rhythmic counting, numerical operations, and understanding the equal sign, variable, and function concepts develop in students' minds with the concept of patterns (Kaput, 1999). Algebra is the language of mathematics. Algebra is based on generalization and generalization is based on patterns. Mathematics teaching aims to construct algebraic thinking in students' minds and the concept of pattern plays a role in this construction process (İspir & Palabıyık, 2011). Mason (1996) stated that generalization plays an important role in mathematical achievement and learning and that generalization is the "heartbeat of mathematics". Generalization is the ability to apply a pattern to more than one context. The key concepts of generalization are copying, extending, and creating. Algebra is a process in which generalization activities are highly effective (Lee, 1996). Radford (2006) examined the process of generalization under two headings: arithmetic and algebraic generalization. Identifying some common aspects of the pattern and specifying some relationships without writing an expression valid for all terms is referred to as arithmetic generalization, whereas writing an expression valid for each term is referred to as algebraic generalization. Radford's algebraic generalization process can be expressed in detail as follows: In the first place, the generalization process starts with the recognition of the common feature between the components of the pattern. Once the common feature is recognized, it is translated into a hypothesis. The expression p_n is written to be valid for all terms from the common property. Figure 1 summarizes Radford's (2008) generalization process.

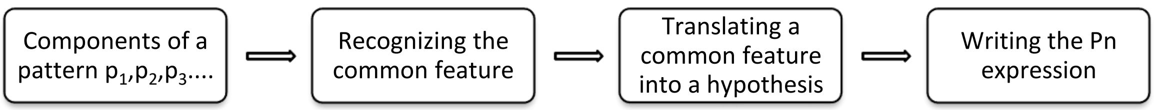


Figure 1. The structure of Pattern Generalization (Radford, 2008).

In addition, Radford (2008) has termed the identification of pattern components and the direct formulation of the general expression for each term as immature induction. In dealing with pattern generalization problems, students use a variety of strategies (Chua & Hoyles, 2010). There are many studies examining pattern generalization strategies (Akkan & Çakıroğlu, 2012; Amit & Neria, 2008; Çayır & Akyüz, 2015; Durmaz & Altun, 2014; Hargreaves, Shorrocks-Taylor & Threlfall, 1998; Lanin, Barker & Townsend, 2006; Özdemir, Dikici, & Kültür, 2015; Sasman, Linchevski & Olivier, 1999; Tanışlı & Özdaş, 2009; Tanışlı & Yavuzsoy-Köse, 2011; Türkoğlu & Yalın, 2020). There are various attempts to improve the strategies that students at different grade levels use when generalizing patterns in the learning process. It is of great importance the strategy the student chooses when starting to generalize (Lannin, 2005). Considering the literature, the strategies used in changing patterns are divided into two recursive relations and functional relations. Utilizing the previous term to find the next term of the pattern is the use of an iterative strategy (Van De Walle, 2004). An iterative strategy is a sequential relationship between output values (Lannin, Barker & Townsend, 2006). Using this strategy, the difference between two consecutive terms is found and this difference is added to the previous term to find the next term of the pattern. In the iterative strategy, attention is not focused on the relationship between input and output values, but only on the relationship between output values or only input values. It is therefore difficult to establish the functional rule of the pattern (Warren, 2005). By using the iterative strategy, the student can reach the close terms of the pattern (Ley, 2005). It can also find the terms in the far step using the iterative strategy, but this is very time-consuming. To find the term at the one-hundred-and-fiftieth step of the pattern, for example, it can be found directly by writing the general rule of the pattern for the far step without finding the terms before this step. The general rule of the pattern is the functional relationship between input and output values (Warren & Cooper, 2006). The functional relationship makes it easy to find the output value corresponding to any input value (Lannin, Barker & Townsend, 2006). The functional relationship allows the general rule of the pattern to be written. In this way, the terms in the close and far steps of the pattern can be easily found. Since equations and formulas are used in this strategy, this process also forms the basis of the subject of function, which is very important for mathematics (Ley, 2005).

The process of generalization in mathematics involves extending reasoning beyond specific situations and identifying commonalities that are essential for problem-solving and academic arithmetic. Patterns have always been used by intuitive mathematicians to solve problems. Such a process not only develops problem-solving skills but also allows them to identify the basic types of reasoning that are used repeatedly to solve mathematical problems (Winn & Keuskamp, 2007). Models, an important aspect of generalization, are fundamental to mathematical thinking and learning. Therefore, the generalization process, which involves recognizing, identifying, and constructing patterns, is an important component of mathematics education. (Vogel, 2005).

The ability to generalize patterns encourages students to think critically and analytically. It involves identifying regularities or trends and then formulating a general rule or principle. The process of pattern generalization also helps students understand the concept of function, a fundamental idea in algebra and analysis. Students can predict and understand more complex relationships by recognizing the relationship between dependent and independent variables. Besides, the generalization of patterns forms the basis of algebraic thinking (Elbir & Özmen, 2023). Students learn to use symbols and formulas as they move from concrete examples to abstract representations. This move is necessary to understand algebra, which is an important component of higher-level mathematics. Recognizing and applying patterns is a highly valuable skill in the real world. Students can apply mathematical concepts to real-life situations by learning to generalize patterns. Within this scope, patterns, and pattern generalization, which have an important role in promoting algebraic thinking, have been included in the scope of algebra in Turkey as in many countries (MoNE, 2018; NCTM, 2000; Mason, 1996; Warren & Cooper, 2008; Wilkie & Clarke, 2016). In summary, the generalization of patterns in mathematics education is fundamental for developing abstract and algebraic thinking, critical problem-solving skills, an understanding of mathematical relationships, and the ability to apply mathematics in practical and real-world contexts. That is why the focus of mathematics teaching should be on developing the basic skills of generalizing, expressing, and systematically justifying generalizations (Blanton and Kaput 2011). It is important to understand patterns, which have an important role in the formation of the foundations of algebra, and to examine students' generalization processes and the strategies they prefer. Accordingly, this study aims to examine the generalization of patterns and the strategies preferred by 7th-grade middle school students in the process of generalizing patterns.

Within the scope of this purpose, the research problem is stated as "How is the process of generalization of patterns and related strategies preferred by 7th-grade middle school students?" and following sub-questions were sought to be answered.

- How is the process of generalization of patterns for 7th-grade middle school students?
- What are the strategies preferred by 7th-grade middle school students in the process of generalizing patterns?

METHOD

Study Model

In the research model, the qualitative research design was adopted for collecting, analyzing, and interpreting the data. Qualitative research aims to collect detailed and in-depth information by focusing on understanding behaviours and content (McMillan, 2004). In this study, since it aimed to describe the process of generalization of patterns and the strategies preferred by the students in-depth, qualitative research design was preferred.

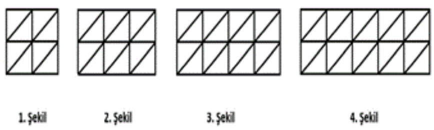
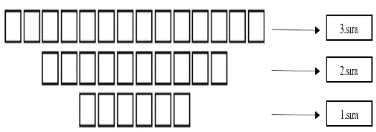
Study Group

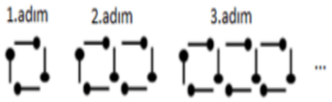
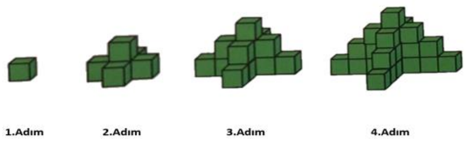
The study was conducted in two stages. The study was conducted with 152 volunteer students (61.18% female, 38.81% male) who were selected by simple random sampling method among 1296 seventh-grade students studying in the Erciş district of Van province in the east of Turkey to determine the generalization processes and preferred strategies of seventh-grade students.

Data Collection Tool

To examine the pattern generalization processes of seventh-grade middle school students and to determine the strategies they prefer in the process of generalizing patterns, data were collected with the Pattern Test. Within this scope, an item pool was created by examining the seventh-grade mathematics curriculum, textbooks implemented by the Ministry of National Education, achievement comprehension tests prepared by the General Directorate of Measurement, Evaluation and Testing Services, Education Information Network (EBA) study fascicles, sample questions, and various studies on patterns. The scale developed was aimed to include pattern types and different forms of representation, making appropriate transformations between shape and number patterns, recognizing patterns, discovering the relationship between terms, expressing the pattern rule and writing the general term of the pattern, and pattern formation skills. The 18 items in the pretest scale were presented to two mathematics education experts for their suitability to the student level, comprehensibility, clarity, clarity, clarity, suitability for the purpose, and appropriateness of the questions to be identified. In line with the expert opinion, various arrangements were made on the 18 items eleven items were removed from the scale, and a seven-item pre-test scale was formed. After the expert approval was obtained, the pilot application of the scale was applied to 36 seventh-grade students outside the study group, and the comprehensibility, clarity, and application time of the items in the scale were evaluated. As a result of the pilot study, the scale was finalized after no problems were detected in its comprehensibility. Table 1 shows the explanations regarding the questions in the scale.

Table 1. Content of The Pattern Test Questions

	Questions	Expected Response from the Student to the Question
1		Students are expected to find the close step of the pattern in option a of the first question, find the middle step of the pattern in option b, consider the relationship between the components of the pattern in option c, realize that the number of small triangles increases by four in each way, develop a hypothesis about the general rule of the pattern and form the expression pn.
2	A bacterium multiplies by dividing into 2 at the end of each hour. A jar is observed after dropping one of these bacteria into a jar.	Students are expected to find the term in the close step of the pattern in option a of the third question, find the term in the middle step of the pattern in option b, find the term in the far step of the pattern in option c, recognize the common feature by considering the relationship between the input-output values in option d, form a hypothesis about writing the expression pn and find the general rule of the pattern.
3	WHITE | WHITE | WHITE WHITE | BLACK | WHITE WHITE | WHITE | WHITE	Students are expected to find the desired terms in the close, middle, and far steps of the pattern by examining the 3x3 array and completing the table given in the question.
4		Students are expected to use the model effectively and find the close step of the pattern in option a, the middle step of the pattern in option b, the far step of the pattern in option c, and express the general rule of the pattern by taking into account the relationship between the components of the pattern in option d and realizing that the number of seats increases by

		four in each row.
5		The number of steps, the number of matchsticks used, and the relationship between the number of steps and the number of matchsticks is given in a blank table in this question. Students are expected to find the close step of the pattern in option a by drawing it, find the middle step of the pattern in option b, find the far step of the pattern in option c, transform the relationships in the shape pattern into a pattern in option d and express it verbally in option e, and express the general rule of the pattern algebraically by taking into account the relationship between the components of the pattern and realizing that the number of matchsticks increases by three at each step.
6		The first 4 steps of the pattern are modelled. Students are first expected to find the number of cubes in the first four steps correctly using the model given. Students are expected to complete the table given for the close steps of the pattern in option a, find the middle step of the pattern in option b, find the far step of the pattern in option c, make algebraic generalizations using the shape pattern in option d and express the general rule of the pattern.
7	Number of Jerseys: 1, 2, 3, 4, 5 Price ($): 2, 5, 8, 11, 14	In the ninth question, an arithmetic pattern represented by a table is given. Students are expected to identify the components of the pattern and correctly interpret the relationship between the common feature, finding the middle distance step of the pattern in option a, finding the far step of the pattern in option b, taking into account the relationship between the components of the pattern in option c, realizing that the price increases by three for each uniform number, developing a hypothesis from the common feature and expressing the general rule of the pattern algebraically.

Data Analysis

The data were collected from seventh grade students studying in Erciş district of Van province with the research permission obtained from the Directorate of National Education and the ethics committee decision obtained from Balıkesir University. A descriptive analysis of the data obtained regarding the process of generalizing patterns and the strategies used by students was conducted. Students' responses to the Pattern Test were examined based on Radford's (2006;2008) theory of algebraic generalization to examine students' pattern generalization process. Table 2 shows the examination criteria of the data obtained from the Pattern Test in line with algebraic generalization theory.

Table 2. Algebraic Generalization Steps

Steps	Description
Components of a Pattern	Identify the terms of the pattern p1, p2, p3, …, pn
Common Feature Recognition	Distinguish similarities and differences in the terms of the pattern
Hypothesizing	Generalizing and hypothesizing for all terms by distinguishing the common feature
Pn Creation	Formal or informal expression of the relationship between pattern components
Arithmetic Generalization	Identifying some common aspects of the pattern and specifying some relationships without writing a statement that applies to all terms
Algebraic Generalization	Writing an expression that applies to each term
Immature Induction	Identifying the components of the pattern and writing the pn expression directly
Irrelevant response	Unrelated response or left blank

If the steps of the pattern and the sequence of shapes or numbers are correctly identified in the answers, it was evaluated that the student correctly identified the component of the pattern, the student who verbally explained the relationship between the shape or number order and the pattern component informally by noticing the similarities and differences in the terms of the pattern correctly identified the relationship between the components of the pattern, and that the student who applied the relationship determined by the student to the far step, that is, the student who generalized and tested the hypothesis for all terms by distinguishing the common feature, and the student who presented the relationship between the components of the pattern algebraically by correctly determining the variable, was able to write the expression pn. Besides, students' algebraic generalization levels were classified within the framework of arithmetic generalization, algebraic generalization, and immature induction. In this direction, it was interpreted that the students who were successful in the first three steps (components of the pattern, recognizing common features, converting to hypothesis) were at the level of arithmetic generalization; the students who were successful in four steps (components of the pattern, recognizing common features, converting to hypothesis, forming pn) were at the level of algebraic generalization; and the students who directly formed the expression pn from the components of the pattern had an immature inductive tendency. The data obtained are presented in the form of descriptive statistics with direct quotations with frequency and percentage values. The data obtained for the reliability of the study were evaluated separately by the researchers and the agreement rate was found to be 94%. Since the reliability rate was above 70%, the result was considered reliable (Miles & Huberman, 1994; Yıldırım & Şimşek, 2006). The strategies preferred by the students in the generalization process of patterns were analyzed by considering the literature. Strategies and explanations in the literature are presented in Table 3.

Table 3. Pattern generalization strategies

Strategy	Description
Counting or Modelling Parts	A representative model is created to find the desired step of the pattern or a calculation is made by drawing a shape. This strategy is mostly used when finding close terms of a pattern (Akkan & Çakıroğlu, 2012; Çayır & Akyüz, 2015; Lanin, Barker & Townsend, 2006).
Iterative or Additive	To find the next term of the pattern, they use the previous term, i.e., they focus on the difference between the two terms of the pattern and continue the pattern by adding the difference between the two terms to the last term to find the next step (Amit & Neria, 2008; Çayır & Akyüz, 2015; Hargreaves, Shorrocks-Taylor & Threlfall, 1998; Lannin, Barker & Townsend, 2006; Özdemir, Dikici, & Kültür, 2015; Tanışlı & Özdaş, 2009; Tanışlı & Yavuzsoy-Köse, 2011; Türkoğlu & Yalın, 2020).
Multiplication by Difference	A constant difference between two consecutive terms is found to obtain the desired step of the pattern and the result is obtained by multiplying the constant difference by the desired step. This strategy is valid for the general rule (5n) of the pattern 5,10,15,20,25..., but invalid for the general rule (3n) of the pattern 8,11,14,17,20,23... (Akkan & Çakıroğlu, 2012; Çayır & Akyüz, 2015; Türkoğlu & Yalın, 2020).
Proportion	Taking a term of the pattern as a unit and using it to find the desired multiple of that desired unit. The use of the proportion strategy is based on proportional reasoning. Using this strategy, the student thinks that if 4 pencils are 8 TRY, then 8 pencils are 16 TRY (Akkan ve Çakıroğlu, 2012; Amit & Neria, 2008; Çayır ve Akyüz, 2015; Stacey, 1989; Lannin, 2005).
Prediction Control	Although the general rule of the pattern is presented algebraically, the validity and functionality of the general rule are not considered (Durmaz & Altun, 2014; Healy & Hoyles, 2000; Lannin, 2005; Özdemir, Dikici, & Kültür, 2015; Tanışlı & Yavuzsoy-Köse, 2011).
Functional or Precise	It allows us to find the term at any step of the pattern, the general rule is to formulate the relationship between the input and output values of the pattern using the unknown. According to this formula, it is easy to find both close and far terms of the pattern (Akkan and Çakıroğlu, 2012; Çayır and Akyüz, 2015; Tanışlı and Yavuzsoy-Köse, 2011)
Decomposition of Input Value	Let n be the input value of the pattern, and if n = a+ b+ c, the output value is found by considering f(n) = f(a) + f(b) + f(c) (Sasman, Linchevski & Olivier, 1999).

The strategies used by the students in the process of generalizing the patterns were evaluated separately by the researchers and the agreement rate was found to be 89%. Since the reliability rate was above 70%, the result was considered reliable (Miles & Huberman, 1994; Yıldırım & Şimşek, 2006).

FINDINGS

In the light of the data obtained by applying the Pattern Test scale to the study group within the scope of the first sub-problem of the study, "How is the generalization process of patterns for 7th-grade middle school students?", the responses of the students to the seven questions in the scale were examined by considering the steps of Radford (2008) model (identifying the components of the pattern, identifying the common feature between the components of the pattern, turning the common feature into a hypothesis and writing the expression pn, immature induction, arithmetic and algebraic generalization) and presented in Table 4.

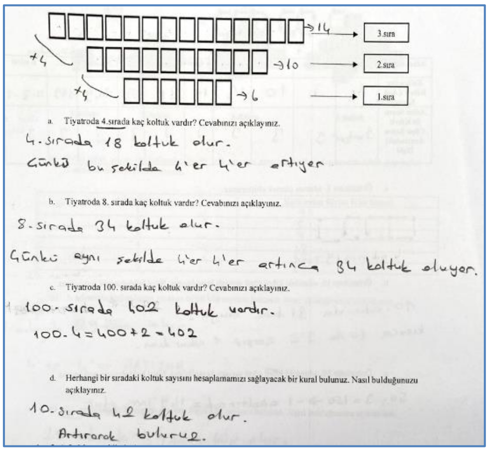
Table 4. Percentage and Frequency Values of Seventh-Grade Middle School Students' Generalization Processes of Patterns

Generalization processes	Q1		Q2		Q3		Q4		Q5		Q6		Q7	
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
Finding the components of patterns	141	92.76	140	92.10	39	25.65	135	88.81	124	81.57	34	22.36	110	72.36
Common feature recognition	113	74.34	21	13.81	13	8.55	107	70.39	82	53.94	29	19.07	106	69.73
Hypothesizing a common feature	88	57.89	14	9.21	13	8.55	52	34.21	53	34.86	22	14.47	60	39.47
Generating the expression Pn	73	48.02	103	67.76	1	0.65	59	38.81	52	34.21	10	6.57	30	19.73
Arithmetic generalization	46	30.26	10	6.57	12	7.89	34	22.36	43	28.28	22	14.47	27	17.76
Algebraic generalization	42	27.63	4	2.63	1	0.65	18	11.84	10	6.57	0	0	25	16.44
Immature Induction	31	20.39	99	65.13	0	0	41	26.97	42	27.63	10	6.57	5	3.28
Irrelevant Response	11	7.23	12	7.89	113	74.34	17	11.18	28	18.42	118	77.63	42	27.63

Table 4 shows that the highest success in finding pattern components, recognizing common features, and turning them into hypotheses was in the first question, while the highest success in forming the expression pn was in the second question. Students reached arithmetic generalization in the first question (30.26%), algebraic generalization in the first question (27.63%), and immature inductive behavior in the second question (65.13%).

In general, it was determined that the success in finding the components of the pattern in Question 6, which includes the 3D model, was quite low. Students are first expected to find the number of cubes in the first four steps correctly using the model given in the sixth question. In this process, it was observed that students could not benefit from the 3D model correctly and had difficulty in finding the components of the pattern. Thus, it was determined that none of the students reached algebraic generalization for the sixth question, and the 10 students who could write the expression Pn obtained this result through immature induction.

When the second question containing a geometric pattern and the third question containing a quadratic number pattern were examined, it was found that the failure in recognizing the common feature and turning it into a hypothesis was in the 2nd and 3rd questions compared to the other questions. In the second question, a bacterium multiplies by dividing into 2 at the end of each hour. After one of these bacteria was placed in a jar, it was stated that it was observed and students were expected to establish a relationship between the elapsed time and the number of bacteria formed. Generally, students have leaned towards a numerical expression and responded with "divisible by two," failing to express the characteristic between the dependent and independent variables. Therefore, they were not able to recognize the feature and failed to translate it into a hypothesis. It is thought that this situation stems from the students' inadequate understanding of the pattern presented as context. A similar situation is observed in the third question. In these two questions, in which the pattern and its steps were presented without using a model, students could not understand the context, and as a result, their level of algebraic generalization and arithmetic generalization was low. Figure 2 shows the response of S_{38}, who made the arithmetic generalization for the fourth question.


+4 +4 →6 →10 →14
1.sıra
2.sıra
3.sıra

a. Tiyatroda 4.sırada kaç koltuk vardır? Cevabınızı açıklayınız.

4. sırada 18 koltuk olur.
Çünkü bu şekilde 4'er 4'er artıyor

b. Tiyatroda 8. sırada kaç koltuk vardır? Cevabınızı açıklayınız.

8. sırada 34 koltuk olur.
Çünkü aynı şekilde 4'er 4'er artınca 34 koltuk oluyor.

c. Tiyatroda 100. sırada kaç koltuk vardır? Cevabınızı açıklayınız.

100. sırada 402 koltuk vardır.
100.4=400+2=402

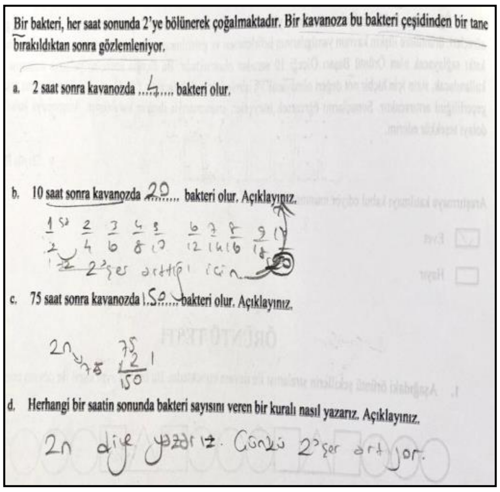
d. Herhangi bir sıradaki koltuk sayısını hesaplamamızı sağlayacak bir kural bulunuz. Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

10. sırada 42 koltuk olur.
Artırarak buluruz.

[S38:There are 18 seats in the fourth row. Because it has increased four by four. The eighth row has 34 seats. Because it increases four by four in the same way. There are 402 seats in the hundredth row. (100.4=400+2=402)Tenth place would be 42 seats. We find the result by incrementing.]

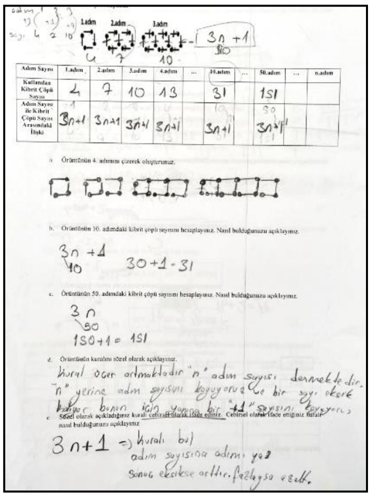
Figure 2. S_{38}'s Example of Arithmetic Generalization For The Fourth Question**.**

In S_{38}'s response, it is seen that he correctly identified the components of the pattern, realized the common feature as the number of seats increasing four by four, and developed his hypothesis as "multiply the desired order by 4 and add by 2", but the student could not form the expression p_n. Therefore, arithmetic is at the level of generalization. Figure 3 shows the response of S_{113} who showed immature inductive behaviour for the second question, and Figure 4 shows the response of S_{121} who reached algebraic generalization for the fifth question.



[S_{113}:We write 2n cause it increases by two]

Figure 3. S_{113}'s Example of Immature Induction To The Second Question.



[S_{121}: The rule is 3n+1. n is the number of steps. When n is replaced by the number of steps, 1 is missing. For this we add 1.]

Figure 4. S_{121}'s Algebraic Generalization Example For The Fifth Question.

Considering S_{113}'s answer to the second question, it was determined that he could not correctly recognize the common feature between the terms of the pattern and could not develop a hypothesis. Although the general rule of the pattern is presented algebraically in the form of 2n, it does not test the accuracy of this rule. S_{113} could not express the general rule of the pattern correctly. Therefore, the student shows immature inductive behaviours. S_{121}'s response to the fifth question shows that he found the components of the pattern correctly. He/she realized that the common feature is that the number of matchsticks increases by three at each step and correctly translated the common feature into a hypothesis. He/she expressed the general rule of the pattern as 3n +1. Considering the relationship between the input and output values of the pattern, the student formed the expression pn by understanding the relationship between the dependent and independent variables. Since the general rule allows us to find the correct number of matchsticks in any step of the pattern, it completes the algebraic generalization steps.

Within the scope of the second sub-problem of the study, "What are the strategies preferred by 7th-grade middle school students in the process of generalizing patterns?", in the light of the data obtained by applying the Pattern Test scale to the study group, the responses of the students to the seven questions in the scale were examined to determine the strategies they preferred in the pattern generalization process.

Table 5. Percentage and Frequency Values of Seventh-Grade Middle School Students' Generalization Strategies Of Patterns

Questions	**Q1**						**Q2**						**Q3**						**Q4**					
Strategies	**CS**		**MS**		**FS**		**CS**		**MS**		**FS**		**CS**		**MS**		**FS**		**CS**		**MS**		**FS**	
	f	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**
Iterative or Additive	23	15.13	54	35.52	90	59.21	6	3.94	4	2.63	-	-	48	31.57	57	37.50	42	27.63	104	68.41	82	53.94	14	9.21
Counting or Modelling Parts	94	61.84	7	4.60	57	37.5	12	7.89	8	5.26	-	-	51	33.55	38	25	12	7.89	5	3.28	1	0.65	-	-
Multiplication by Difference	1	0.65	9	5.92	-	-	97	63.81	104	68.42	68	44.73	-	-	-	-	-	-	2	1.31	22	14.47	67	44.07
Proportion	-	-	8	5.26	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1	0.65	-	-	4	2.63	3	1.97
Prediction Control	-	-	2	1.31	-	-	2	1.31	2	1.31	2	1.31	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1	0.65
Functional or Precise	32	21.05	42	27.63	-	-	10	6.57	10	6.57	10	6.57	1	0.65	1	0.65	1	0.65	29	19.07	34	22.36	34	22.36
Decomposition of Input Value	-	-	1	0.65	-	-	-	-	-	-	1	0.65	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2	1.31
Others	-	-	5	3.28	-	-	11	7.23	19	12.50	19	12.50	14	9.21	13	8.55	14	9.21	-	-	-	-	3	1.97
Blank	2	1.31	24	15.78	5	3.28	14	9.21	43	28.28	52	34.21	38	25	43	28.28	82	53.94	12	7.89	9	5.92	28	18.42
Total	152	100	152	100	152	100	152	100	152	100	152	100	152	100	152	100	152	100	152	100	152	100	152	100

Table 5. Continued

Questions	Q5						Q6						Q7			
Strategies	CS		MS		FS		CS		MS		FS		MS		FS	
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
Iterative or Additive	9	5.92	38	25	26	17.10	32	21.05	54	35.52	41	26.97	47	30.92	1	0.65
Counting or Modelling Parts	118	77.63	24	15.78	2	1.31	54	35.52	2	1.31	2	1.31	-	-	-	-
Multiplication by Difference	1	0.65	29	19.07	39	25.65	1	0.65	10	6.57	11	7.23	23	15.13	64	42.10
Proportion	-	-	-	-	1	0.65	-	-	-	-	-	-	12	7.89	16	10.52
Prediction Control	1	0.65	1	0.65	1	0.65	1	0.65	13	8.55	12	7.89	1	0.65	1	0.65
Functional or Precise	17	11.18	40	26.31	43	28.28	-	-	-	-	-	-	25	16.44	25	16.44
Decomposition of Input Value	-	-	1	0.65	6	3.94	-	-	-	-	-	-	2	1.31	-	-
Others	-	-	1	0.65	1	0.65	6	3.94	5	3.28	5	3.28	-	-	-	-
Blank	6	3.94	18	11.84	33	21.71	58	38.15	68	44.73	81	53.28	42	27.63	45	29.60
Total	152	100	152	100	152	100	152	100	152	100	152	100	152	100	152	100

(CS: Close Step, MS: Middle Step, FS: Far Step)

Table 5 shows that the strategies used by the students in the process of generalizing patterns were examined in terms of the close step, intermediate step, and far step. In the same question, students used different strategies for the close, middle, and far steps. The close step is a warm-up step, in which students are expected to generalize to the close step by examining the pattern. In the middle step, students are expected to temporarily generalize the pattern and simply extend it. In the far step, the student is expected to generalize the pattern by establishing the relationship or using the unknown and to find the far step by applying the rule he/she created (Stacey, 1989; Warren, 1996).

The most preferred strategies in the first question, which is a 2D pattern type, were found to be counting the pieces in the close step and iterative strategies in the middle step. The students mostly used iterative (additive) strategies in 61.84% of the close step, 35.53% in the middle step, and 59.21% in the far step. It was observed that in the second question, which was of the geometric pattern type, students mostly used the strategy of multiplication by a difference in the close, middle, and far steps of the pattern. It was determined that 63.81%, 68.42%, 68.42%, and 44.73% of the students used the multiplication by difference strategy in the close, middle, and far steps, respectively. In the third question, which was of the special number pattern type, the most frequently used strategies were counting the pieces in the close step of the pattern (modelling), the middle step of the pattern, and the iterative (additive) strategies in the far step of the pattern. It was observed that 33.55% of the students preferred iterative (modelling) strategies in the close step of the pattern, 37.50% of the students preferred iterative (additive) strategies in the middle step of the pattern, and 27.63% of the students preferred iterative (additive) strategies in the far step of the pattern. It was observed that the iterative strategy was the most preferred strategy in the close step of the pattern and the middle step of the pattern, and multiplication by difference strategy was the most preferred strategy in the far step of the pattern in the fourth question, which was a 2D pattern type. Of the students, 68.41% used the iterative strategy in the close step 53.94% used the iterative strategy in the middle step, and 44.07% used the multiplication by difference strategy in the far step. It was observed that in the fifth question, which was of the 2D pattern type, counting the pieces in the close step of the pattern and functional strategies in the middle step and the far step of the pattern were the most preferred strategies. Of the students, 77.63% used counting parts in the close step, 26.31% used functional strategies in the middle step and 28.28% used functional strategies in the far step. The most frequently used strategies in the sixth question, which is of the 3D pattern type, were counting the pieces in the close step and iterative in the middle and far steps. Of the students, 35.52% preferred the strategy of counting the pieces in the close step, 35.52% preferred the iterative strategy in the middle step and 26.97% preferred the iterative strategy in the far step. The most preferred strategies in the seventh question, which is of the arithmetic pattern type represented by the table, were determined as iterative in the middle step and multiplication by a difference in the far step. Of the students, 30.92% preferred iterative multiplication strategies in the middle step, and 42.10% preferred multiplication by difference strategies in the far step. Since pattern components were presented in a table for the seventh question, the close-step question was not asked to the students.

Figure 5 shows the response of S133 who preferred the modelling strategy in the close step of the pattern and the middle step of the pattern for the first question.

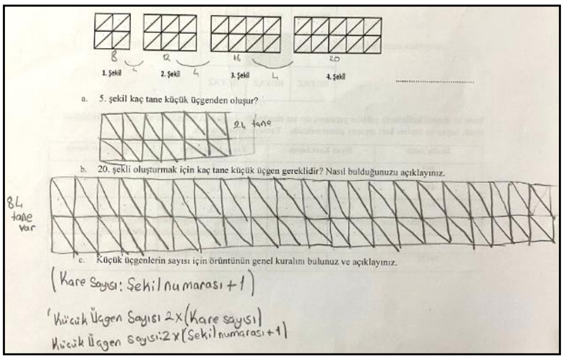


Figure 5. S_{133}'s Modelling Strategy Example**.**

The response of S_{133} who preferred the modelling strategy in the close step of the pattern and the middle step of the pattern for the first question is presented. In the first question, S133 reached the correct answers with the help of the shapes he drew to calculate the number of small triangles by using the modelling strategy in the close step and middle step of the pattern.

Figure 6 shows the response of S_{15}, who used the strategy of multiplication by a difference in the close, middle, and far steps of the pattern for the second question.

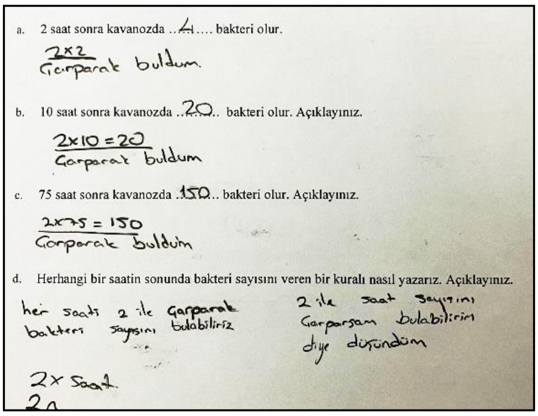


Figure 6. S_{15}'s Example of Multiplication by Difference Strategy.

The response of S_{15}, who used the strategy of multiplication by a difference in the close, middle, and far steps of the pattern for the second question is presented. Considering S_{15}'s answer to the second question, it is seen that the student used the strategy of multiplication by a difference in the close, middle, and far steps of the pattern. It was observed that it determined the common difference between the terms as two and miscalculated the number of bacteria in the close, middle, and far steps of the pattern by multiplying the common difference by the desired terms. Figure7 shows the response of S_{130}, who used the iterative strategy in the close step and middle step of the pattern and multiplication by difference strategy in the far step of the pattern.

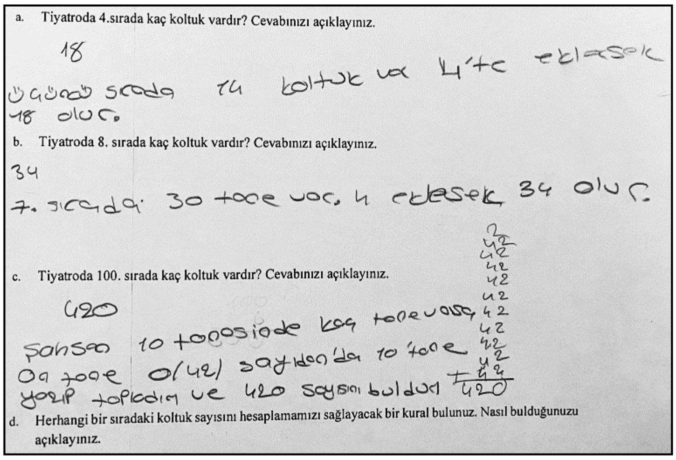


Figure 7. Decomposition Of S_{130}'s İnput Value And İterative Strategy Example.

The response of S_{130}, who used iterative strategy in the close step and middle step of the pattern and multiplication by difference strategy in the far step of the pattern is presented. Considering S130's answer to the fourth question, it was determined that he preferred the iterative strategy in the close step and middle step of the pattern. S130 found 4 as the constant difference between the two terms of the pattern and continued by adding 4 to the previous term to find the next term. He/she used the input value decomposition strategy to find the far step of the pattern. He/she found the number of seats in the tenth row as 42, to find the number of seats in the hundredth row, he/she decomposed the input value as "100 = 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10" and found the output value as "42 + 42 + 42 + 42 + 42 + 42 + 42 + 42 + 42 + 42 = 420".

Figure 8 shows the response of S_{131}, who used modelling strategy in the close step of the pattern and functional strategy in the middle and far steps of the pattern.

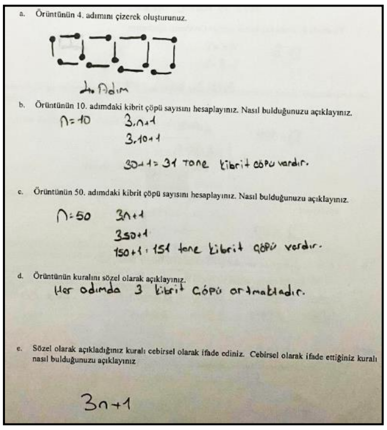


Figure 8. S_{131}'s Modelling and Functional Strategy Example.

The response of S_{131}, who used modelling strategy in the close step of the pattern and functional strategy in the middle and far steps of the pattern is presented. Considering S_{131}'s answer to the fifth question, it is seen that he used the modelling strategy in the close step. In the middle and far steps, he/she examined the relationship between input and output and obtained the rule of the pattern. Considering the common point in the pattern that the number of matchsticks increases by three at each step, S_{131} generalized this common feature to all terms and created the 3n+1 rule that will enable him to find the number of matchsticks at any step. He/she easily found the number of matchsticks in steps 10 and 50 of the patterns using the functional strategy.

Figure 9 shows the response of S_{31}, who used the proportion strategy in the middle step of the pattern and the far step of the pattern for the seventh question.

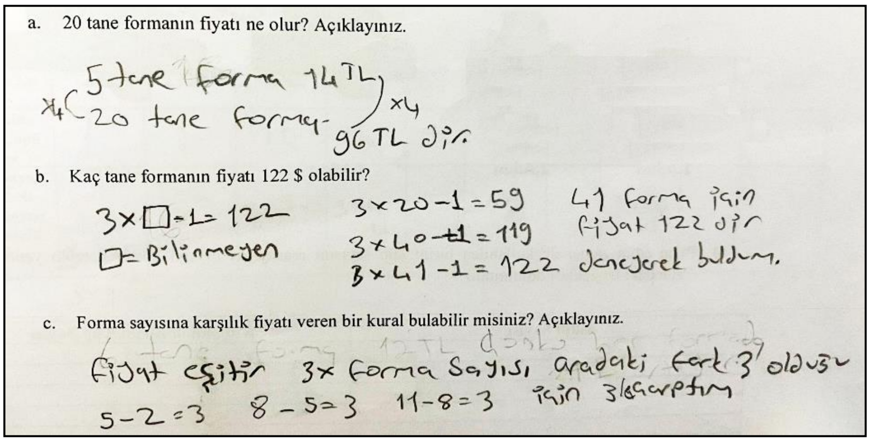


Figure 9. S_{31}'s Example of Proportion Strategy.

The response of S_{31}, who used the proportion strategy in the middle step of the pattern and the far step of the pattern for the seventh question is presented. Considering S_{31}'s response to the seventh question, it is seen that he found the price of 20 jerseys wrong by using the proportion strategy in the middle step. If 5 jerseys cost \$14, then 20 jerseys cost 20:5=4, 14x4 = \$56. S3 used the predictive control strategy in the far step. He/she could not express the general rule of the pattern algebraically. He/she estimated the general rule of the pattern as 3n -1. The price of 20 jerseys was 56 using the proportion strategy and 96 using the predictive control strategy. It is seen here that the student did not check the correctness of his/her calculations.

CONCLUSION and DISCUSSION

In the first sub-problem of the study, seventh-grade middle school students' generalization processes of patterns were examined within the framework of Radford's (2008) algebraic generalization theory. Considering the results obtained, it was seen that most of the students could not make algebraic generalizations and remained at the level of arithmetic generalization or immature induction. It was observed that the number of students at the immature induction level was higher than at the arithmetic generalization level. These results are similar to the results obtained in various studies examining the pattern generalization processes of students at different grade levels in the literature regarding the difficulty in algebraic generalization of patterns (Çayır & Akyüz, 2015; Gökçe & Yeşildere-İmre, 2017; Hargreaves, Shorrocks-Taylor & Threlfall 1998; Yeşildere-İmre, Akkoç, & Baştürk-Şahin, 2017; Lannin, 2005; Orton, 2009; MacGregor & Stacey, 1996; Radford, 2008; Rivera & Becker, 2008; Yeşildere & Akkoç, 2010; Tanışlı & Yavuzsoy-Köse, 2011).

The study showed that the participants were successful in identifying the components of the pattern, one of the steps of Radford's (2008) pattern generalization process, but the number of students who recognized the common feature, which is the next step, decreased in all seven questions. Gökçe and Yeşildere-İmre (2017) examined the pattern generalization processes of seventh-grade middle school students. The reason why the students showed a tendency at the level of immature induction is thought to be that they could not recognize the common feature between the components of the pattern in the pattern generalization process, and therefore, they put forward a rule by trial and error without forming a hypothesis for writing the expression pn that will enable the general rule of the pattern to be found.

Students who reached the level of arithmetic generalization but could not pass to the level of algebraic generalization could not comprehend the notation n and therefore had difficulties in expressing the general rule of patterns algebraically. Most students did not focus on the relationship between the input and output values of the pattern but instead focused on using the common difference between the terms of the pattern to continue the pattern by starting from the previous term to find the next term. Hargreaves, Shorrocks-Taylor, and Threlfall (1998), Orton & Orton (1999), Stacey (1989), Girit-Yıldız, and Gündoğdu-Alaylı (2019), who reached similar research results, concluded that students tended to focus on the difference between the desired term and the term immediately following it in the pattern, using only the amount of increase and specifying a general rule. Similarly, Warren and Cooper (2008) found that when students were asked to write down their generalizations, they often returned to low-level answers, for example, "add to 2" instead of "the number of tiles is twice the number of steps". According to this result, the role of mathematical language and mathematical understanding in the actions that take place in the generalization process of patterns should be further investigated in the classroom.

It was concluded that only one student could not reach the level of algebraic generalization in question 3, which contained a quadratic number pattern, and none of the students could reach the level of algebraic generalization in question 6, which contained a 3D pattern, and they were more successful in writing algebraic expressions in the process of generalizing 2D and arithmetic patterns. However, this result is in line with the results of Schreiber (2020), Yeşildere and Akkoç (2010), and Türkoğlu and Yalın (2020) who found that students were more unsuccessful in writing the general rule of quadratic patterns than linear patterns. The reason for this is that students determine whether the difference between the terms of the pattern is constant or not and then try to continue the pattern by using this constant difference.

Within the scope of the second sub-problem of the study, the strategies used by students in the process of generalizing patterns were examined. It is seen that students used eight types of strategies. The results obtained from the Pattern Test showed that students mostly preferred the iterative strategy and the modelling strategy to find the terms in the next step of the pattern. A review of the literature shows that the results are partially similar to the results of the studies in which students preferred the iterative strategy in the next step (Akkan & Çakıroğlu, 2012; Orton & Orton, 1999; Özdemir, Dikici, & Kültür, 2015; Türkoğlu & Yalın, 2020). Akkan and Çakıroğlu (2012) concluded that 6th-8th grade students used the iterative strategy close step more in the process of generalizing patterns. Orton and Orton (1999) found that students focus on the difference between consecutive terms when generalizing linear patterns and that the iterative strategy is a preferred strategy. Özdemir, Dikici, and Kültür (2015) stated that students generally preferred the iterative strategy when finding the close step of the pattern, and the functional strategy when finding the middle step, the far step, and the general rule of the pattern. It was observed in Türkoğlu and Yalın (2020) that in the quadratic pattern problem, many students found the terms of the pattern using the iterative strategy and expressed the general rule of the pattern iteratively.

Utami, Prabawanto, and Suryadi (2023) found that students' functional thinking approaches to problem-solving tended to use recursive strategies as the pattern became more complex and that these students gradually became unable to detect existing or more complex patterns.

Similar to the studies conducted by Utami, Prabawanto, and Suryadi (2023), the findings of this study provided important information about the behavior of establishing the relationship between the dependent and independent variables expected from the students as well as revealing the different strategies preferred by the students. For example, it was observed that students using the iterative strategy focused on the change of the dependent variable in only one quantity and could not form the general expression Pn. This result reveals that the concept of variable is not fully understood in students with such behaviours.

It was observed that the most preferred strategies of the students in the middle step were iterative strategy and multiplication by difference strategy. To find the far step of the pattern, it was determined that they mostly preferred the multiplication by difference strategy and the functional strategy. It was determined that the least used strategies among the eight types of strategies were proportion and decomposition of the input value. In addition, it was concluded that the number of students who answered the close steps of the pattern correctly in the Pattern Test was higher than the number of students who answered the middle and far steps correctly. Rivera and Becker (2008) and Zazkis and Liljedahl (2002) found that students reached the close step more easily, but had more difficulty in finding the middle step and the far step of the pattern. The reason for this may be that students calculate the terms in the near step using an iterative strategy or various arithmetic operations and reach the result easily, but the iterative strategy is insufficient to reach the term in the far step.

It was determined that students generally used different strategies in the middle, close, and far steps in solving the same problem and did not stick to a single strategy. For example, they tend to start with the modelling strategy in the close step of the pattern, then use the iterative strategy in the middle step and the functional strategy in the far step to solve the problem. Amit and Neria (2008) and Türkoğlu and Yalın (2020) reported that students started solving the same pattern question with the iterative strategy and realized the common feature between the terms, and then successfully switched to the functional strategy and were able to identify the general rule of the pattern.

SUGGESTIONS

Generalization is a very important element of mathematics. It is the basic building block of mathematical thinking, starting from counting to functional thinking. It is important for the development of mathematical thinking that the students understand why and how the task is performed instead of mechanically performing the generalization process. The generalization process of the pattern is important in terms of revealing how algebraic thinking develops and what mathematical elements are important in pattern generalization. Similarly, Radford (2008) argues that the connection of spatial and numerical structures is an important part of the development of algebraic thinking and states that this process is important in revealing how students establish relationships between known and unknown entities by decomposing the shapes and numbers in the pattern. Pattern generalization is a multifaceted and comprehensive process ranging from rhythmic counting to algebra and algebraic thinking. Within this scope, the results of the study revealed that although the students learned the concept of variable, especially in the algebra learning domain, in the 6th and 7th grades, they had difficulty in establishing a relationship between the known and the unknown in the process of generalizing patterns and many students could not reach algebraic generalization.

The study examined the generalization processes of 7th-grade students within the framework of selected pattern types. In this direction, in future studies, it is recommended to conduct more detailed studies on different types of patterns such as quadratic number patterns or 3D/2D patterns, which were found to be very difficult for students in the generalization process and to reveal the reasons for this difficulty. Besides, the generalization process of patterns can be examined in detail in terms of mathematical thinking or algebraic thinking levels and the meaning of the concept of variable in students' mental structure can be revealed in detail. By examining why the strategies preferred by the students in the generalization process are focused on certain strategies and whether the students have knowledge about different strategies, their awareness of strategies can be increased and their effect on the generalization process can be evaluated. Additionally, the patterns presented as context in the study were found to be difficult for students to understand and to complete the generalization process. One of the sources of this situation may be mathematics communication skills. Various studies can be conducted in this direction by examining the relationship between students' mathematical communication skills and the generalization process of patterns. Thus, the results to be obtained in terms of communication skills and pattern context in understanding the concept of variables can be associated with the results of this study.

ETHICAL TEXT

In this article, journal writing rules, publication principles, research and publication ethics rules, journal ethics rules have been followed. The responsibility for any violations that may arise regarding the article belongs to the authors. No tampering was made on the collected data, and they were not sent to any other academic publication environment for evaluation. Ethics committee permission for the article was received by Balıkesir University of Science and Engineering Sciences Publication Ethics Board with the decision numbered 19928322/108.01/154115 dated 23.06.2022.

Author(s) Contribution Rate: All authors contributed equally to the study. The contribution rate of the first and second authors in this study is 50%.

REFERENCES

Akkan, Y. ve Çakıroğlu, Ü. (2012). Doğrusal ve ikinci dereceden örüntüleri genelleştirme stratejileri: 6-8. sınıf öğrencilerinin karşılaştırılması. *Education And Science,* 37 (165), 184-194. http://egitimvebilim.ted.org.tr/index.php/EB/article/view/1030

Amit, M. & Neria, D. (2008). "Rising to the challenge": using generalization in pattern problems to unearth the algebraic skills of talented prealgebra students. *ZDM: International Journal in Mathematics Education*, 40, 111- 129.

Blanton, M., & Kaput, J. (2011). Functional thinking as a route into algebra in the elementary grades. In J. Cai, & E. Knuth (Eds.), *Early Algebraization* (pp. 5–25). Springer. https://doiorg.ezp.sub.su.se/10.1007/978-3-642-17735-4_2

Chua, B. L., and Hoyles, C. (2010). Generalisation and perceptual agility: How did teachers fare in a quadratic generalising problem? *Research in Mathematics Education,* 12 (1), 71–72, https://doi.org/10.1080/14794800903569915

Çayır, M. Y., ve Akyüz, G. (2015) Determining Pattern Generalization Problem Solving Strategies of 9th Grade Students. *Necatibey Faculty of Education Electronic Journal of Science and Mathematics Education* Vol. 9 (2), pp. 205-229. https://doi.org/10.17522/nefefmed.66921

Durmaz, B., ve Altun, M. (2014). The Usage of the Problem Solving Strategies of the Secondary Students'. *Mehmet Akif Ersoy University Journal of Education Faculty*, 30, 73-94. https://dergipark.org.tr/en/download/article-file/181454

Elbir, D., & Özmen, Z. M. (2023). Investigation of Patterns in Secondary School Mathematics Textbooks in the Context of Transition from Arithmetic to Algebra. *Turkish Journal of Mathematics Education*, *4*(2), 1-26. https://tujme.org/index.php/tujme/article/view/80/38

Ersoy, Y. (2006). (Innovations in mathematics curricula of elementary schools: objective, content and acquisition). *Ilkogretim Online*, 5 (1), 30-44. https://dergipark.org.tr/en/download/article-file/91060

Girit Yıldız, D., ve Gündoğdu Alaylı, F. (2019). Pre-Service Middle School Mathematics Teachers' Mathematical Knowledge For Teaching Linear Growth Figural Pattern Generalization. *Trakya Journal of Education,* 9(3), 396-414 Doi: 10.24315/ tred.453416

Gökce, R., ve Yeşildere-İmre, S. (2017). The Role of Tasks That Supports Making Algebraic Generalisation in Forming 7th Grade Students' Ability to Generalise. *Gaziantep University Journal of Social Sciences*, 16 (1), 194-215. https://doi.org/10.21547/jss.281675

Hargreaves, M., Shorrocks-Taylor, D., & Threlfall, J. (1998). Children's Strategies with Number Patterns, *Educational Studies*, 24:3, 315-331, https://doi.org/10.1080/0305569980240305

Kaput, J. J. (1999). Teaching and learning a new algebra. In T. Romberg, & E. Fennema (Eds.), *Mathematics classrooms that promote understanding* (pp. 133–155). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 390–419). Macmillan.

Lannin, J., Barker, D., and Townsend, B. (2006). Algebraic generalisation strategies: factors influencing student strategy selection prior research on generalisation. *Mathematics Education Research Journal*, 18 (3), 3-28. https://link.springer.com/article/10.1007/BF03217440

Lannin, J. K. (2005). Generalization and justification: The chalenge of introducing algebraic reasoning through patterning activities. *Mathematical Thinking and Learning*, 7 (3), 231-258, https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0703_3

Lee, L. (1996). An initiation into algebraic culture through generalization activities. *In Approaches to Algebra: Perspectives for Research and Teaching;* Bednarz, N., Kieran, C., Lee, L., Eds.; Kluwer: Dordrecht, The Netherlands, 1996; pp. 87–106.

Ley, A. F. (2005). A cross-sectional investigation of elementary school student’s ability to work with linear generalizing patterns: The impact of format and age on accuracy and strategy choice. *Masters Abstract International*, 44(2), 124.

Orton, A. and Orton, J. (1999). Pattern and the Approach to Algebra. (ed: A. Orton), *Pattern in the Teaching and Learning of Mathematics*, 104 – 120, Continuum.

Özdemir, E., Dikici, R. ve Kültür, M. N. (2015). Students’ Pattern Generalizatıon Process: The 7th Grade Sample, *Kastamonu Education Journal,* 23 (2), 523-548. https://dergipark.org.tr/en/pub/kefdergi/issue/22599/241421.

MacGregor, M., and Stacey, K. (1996). Origins of students’ interpretation of algebraic notation. In L. Puig & A. Gutierrez (Eds.), *Proceedings of the 20th International Conference for Psychology of Mathematics Education* (vol. 3, pp. 289–296). Valencia.

Mason, J. (1996). Expressing generality and roots of algebra. (eds: N. Bednarz, C. Kieran and L. Lee), *Approaches to algebra: Perspectives for research and teaching*. Dordrecht, 65-86.

McMillan, J. H. (2004). *Educational Research Fundamentals for the Consumer* (4th ed.). Pearson Education Inc.

Miles M. and Huberman, M. (1994). *An expanded sourcebook qualitative data analysis.* Sage Publications.

Orton, A. (2009). Reflections on pattern in the mathematics curriculum. In I. Vale & A. Barbosa (Orgs.), Padrões: *Múltiplas perspectivas e contextos em educação matemática/Patterns: Multiple perspectives and contexts in mathematics education* (pp. 15-28). Viana do Castelo: Escola Superior de Educação – Projecto Padrões.

İspir, O. A., & Palabıyık, U. (2011). The Effects of Pattern-Based Algebra Instruction on Students' Algebraic Thinking and Attitude Towards Mathematics. *Pamukkale University Journal of Education*, 30(30), 111-123. https://dergipark.org.tr/en/download/article-file/114582

Radford, L. (2006). Algebraic thinking and the generalization of patterns: a semiotic perspective. (eds: J. L. C. S. Alatorre, M. Sa´iz and A. Me´ndez), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, North American Chapter (Vol. 1), Mexico: Me´rida, 2-21.

Radford, L. (2008). Iconicity and contraction: A semiotic investigation of forms of algebraic generalizations of patterns in different contexts. *ZDM: International Journal in Mathematics Education*, 40, 83–96. https://doi.org/10.1007/s11858-007-0061-0

Rivera, F. D., and Becker, J. R. (2008). Middle school children's cognitive perceptions of constructive and deconstructive generalizations involving linear fgural patterns. *ZDM: International Journal in Mathematics Education,* 40 (1), 65–82, https://doi.org/10.1007/s11858-007-0062-z.

Samsan, M. C., Linchevski, L. and Olivier, A. (1999). *The influence of different representations on children‟s generalisation thinking processes*. Proceedings of the Seventh Annual Conference of the Southern African Association for research in Mathematics and Science Education, Harare, Zimbabwe, 406-415.

Schreiber, I. (2020). Patterns in Kindergarten: Teachers' Knowledge of Content and Students and Associated Self-Efficacy Beliefs. *Scientia in Educatione*, 11 (1), 69- 81, https://doi.org/10.14712/18047106.1543.

Stacey, K. (1989). Finding and using patterns in linear generalising problems. *Educational Studies in Mathematics*, 20, 147-164, https://doi.org/10.1007/BF00579460.

Tanışlı, D., Yavuzsoy Köse,N., & Camci, F. (2017). Matematik öğretmen adaylarının örüntüler bağlamında genelleme ve doğrulama bilgileri. *Journal of Qualitative Research in Education*, 5(3), 195-222. www.enadonline.com DOI: 10.14689/issn.2148- 2624.1.5c3s9m

Tanışlı, D. ve Yavuzsoy Köse, N. (2011). Generalization Strategies about Linear Figural Patterns: Effect of Figural and Numerical Clues, *Educatıon And Scıence*, 36 (160), 184- 198. http://egitimvebilim.ted.org.tr/index.php/EB/article/view/652/269

Tanışlı, D. ve Özdaş, A. (2009). İlköğretim Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Örüntüleri Genellemede Kullandıkları Stratejiler. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 9 (3), 1453-1497.

Tanışlı, D. (2008). *İlköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin örüntülere ilişkin anlama ve kavrama biçimlerinin belirlenmesi*. Unpublished PhD Thesis, Anadolu University, Eskişehir.

Toluk, Z. (2003). Üçüncü uluslararası matematik ve fen araştırması (TIMMS): matematik nedir? *İlköğretim-Online*, 2 (1), 36-41. https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/429500

Türkoğlu, H., ve Yalın, H. İ. (2020). Primary School Teachers' Strategies for Generalizing Linear and Nonlinear Patterns, *Başkent University Journal of Education,* 7 (1), 110-128. https://buje.baskent.edu.tr/index.php/buje/article/view/255/165

Utami, N. S., Prabawanto, S., & Suryadi, D. (2023). How students generate patterns in learning algebra? A focus on functional thinking in secondary school students. *European Journal of Educational Research*, 12(2), 913-925. https://doi.org/10.12973/eu-jer.12.2.913

Van De Walle, J.A. (2004). Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally. New York: Pearson Education, Inc.

Van De Walle, J. A., Bay-Williams, J. M., Lovin, L. H., and Karp, K. S. (2013). *Teaching Student-Centered Mathematics: Developmentally Appropriate Instruction for Grades 6-8* (Volume III). Pearson Publication.

Vogel, R. (2005). Patterns—a fundamental idea of mathematical thinking and learning. *ZDM* 37, 445–449 https://doi.org/10.1007/s11858-005-0035-z

Wilkie, K.J., Clarke, D.M. (2016). Developing students' functional thinking in algebra through different visualisations of a growing pattern's structure. *Math Ed Res J* 28, 223–243 https://doi.org/10.1007/s13394-015-0146-y

Warren, E. (2005). Patterns supporting the development of early algebraic thinking. In P. Clarkson, A. Downton, D. Gronn, M. Horne, A. McDonough, R. Pierce, & A. Roche (Eds.), *Building connections: Research, theory and practice (Proceedings of the 28th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*, Melbourne, s. 759-766). Sydney: MERGA.

Warren, E. and Cooper, T. (2006). Using repeating patterns to explore functional thinking. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 11 (1), 9-14. https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ793907.pdf

Warren, E., & Cooper, T. (2008). Generalising the pattern rule for visual growth patterns: Actions that support 8 year olds' thinking. *Educational Studies in mathematics*, *67*, 171-185. https://doi.org/10.1007/s10649-007-9092-2

Warren, E. (1996). *Interaction between instructional approaches, students' reasoning processes, and their understanding of elementary algebra*. PhD Thesis, Queensland University of Technology.

Winn, T., & Keuskamp, D. (2007). Communicating concepts of academic numeracy through a pattern-based approach. *Journal of Academic Language and Learning*, *1*(1), A100-A112. https://journal.aall.org.au/index.php/jall/article/view/26/38

Yeşildere-İmre, S., Akkoç, H., and Baştürk-Şahin, B. N. (2017). Ortaokul öğrencilerinin farklı temsil biçimlerini kullanarak matematiksel genelleme yapma becerileri. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education* Vol, 8 (1), 103-129. http://dergipark.gov.tr/tr/doi/10.16949/turkbilmat.303220

Yeşildere, S. ve Akkoç, H. (2010). Matematik öğretmen adaylarının şekil örüntülerini genelleme süreçleri. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30 (2), 141- 153. https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/114584

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2006). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*. Seçkin Yayıncılık.

YEDİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ÖRÜNTÜLERİ GENELLEME SÜREÇLERİ VE TERCİH ETTİKLERİ STRATEJİLERİN İNCELENMESİ[3]

ÖZ

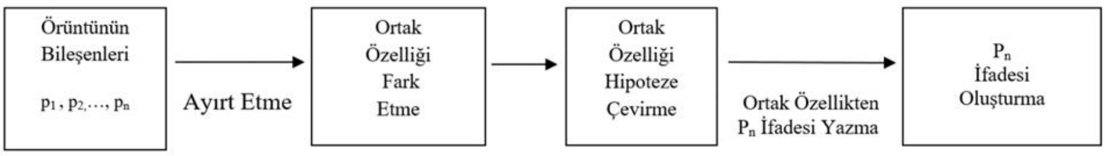
Genelleme matematiğin çok önemli bir unsurudur. Saymadan başlayarak işlevsel düşünmeye kadar matematiksel düşünmenin temel yapı taşıdır. Öğrencilerin genelleme işlemini mekanik olarak yapmak yerine görevin neden ve nasıl yapıldığını anlamaları matematiksel düşüncenin gelişimi için önemlidir. Bu çalışmada ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin örüntüleri genelleme süreçleri ve örüntüleri genelleme sürecinde tercih ettikleri stratejiler incelenmiştir. Araştırmada verilerin toplanması, çözümlenmesi ve yorumlanmasında nitel araştırma deseni temel alınmıştır. Çalışma grubu basit seçkisiz örnekleme yöntemi ile seçilen 152 yedinci sınıf öğrencisinden oluşmaktadır. Veri toplama aracı olarak araştırmacılar tarafından geliştirilen Örüntü Testi kullanılmıştır. Araştırmanın sonucunda öğrencilerin çoğunun cebirsel genelleme yapamadıkları aritmetik genelleme veya olgunlaşmamış tümevarım düzeyinde kaldıkları görülmüştür. Öğrencilerin örüntünün yakın adımındaki terimleri bulmak için en çok yinelemeli ve modelleme, orta adımda en çok tercih ettikleri stratejinin yinelemeli ve fark ile çarpma, uzak adımını bulmak için en çok fark ile çarpma ve fonksiyonel stratejileri tercih ettikleri belirlenmiştir. Çalışma, katılımcıların örüntü genelleme sürecinin adımlarından biri olan örüntünün bileşenlerini belirlemede başarılı olduklarını, ancak ortak özelliği tanıyan öğrenci sayısının az olduğunu göstermiştir. Öğrencilerin genellikle aynı sorunun çözümde farklı stratejiler kullandıkları, tek bir stratejiye bağlı kalmadıkları sonucuna ulaşılmıştır.

Anahtar kelimeler : Örüntü genelleme süreci, örüntü genelleme stratejileri, cebir öğretimi.

[3] Bu çalışma, İlayda İnce'nin Dr. Filiz Tuba Dikkartın Övez danışmanlığında yürüttüğü yüksek lisans tez çalışmasının bir bölümünü içermektedir.

GİRİŞ

Matematik nedir? sorusunun bir yanıtı da "örüntü ve düzen bilimi" olarak cevaplanmaktadır (Walle, Karp & Bay- Williams, 2013). Matematik öğreniminin temel amaçlarından biri de genellemeye varmaktır. Öğrenciler problem çözerken bir örüntü ararlar ve örüntüyü analiz ederek bir genellemeye ulaşırlar (Tanışlı, Köse & Camcı, 2017). Çocukların günlük yaşamlarında ve okul öncesi eğitimde karşılaştıkları örüntülerin altında yatan temel, matematiği anlamalarını sağlamaktır. Onların sezgisel bilgilerini geliştirmelerine yardımcı olmak için öğretmenlerin bu temel matematik kavramlara hakim olmaları gerekmektedir (Ersoy, 2006). Öğrencilerin kendi örüntülerini oluşturabilme becerisinin gelişmesi için anahtar kavram örüntülerdir (Tanışlı, 2008). Cebirde başarının sağlanması için cebir dili akıcı bir şekilde konuşulmalıdır. Bu nedenle cebirde kullanılan kavram ve sembollerin öğrenciler tarafından özümsenmesi gerekmektedir (Kieran, 1992). Öğrencilere kural ve formülleri doğrudan bilgi aktarma yerine ipuçları vererek kendilerinin genellemelere varmalarını, kural ve formülleri oluşturmalarına rehberlik edilmelidir (Toluk, 2003). Örüntüler sayı hissinin, matematiksel keşiflerin, cebirsel düşünmenin gelişmesinde anahtar kavramdır. Matematiğin düzenini keşfetmek ve matematiksel genellemeler yapmak için, örüntüleri tanıma, devam ettirme ve oluşturma önemlidir (Burns, 2000; akt. Palabıyık ve Akkuş - İspir, 2011). Matematik kavramlarının birçoğu örüntüler üzerine kuruludur. Sayı kavramı, ritmik sayma, sayısal işlemler, eşit işaretini anlama, değişken ve fonksiyon kavramları gibi matematiğin önemli konuları öğrencilerin zihninde örüntü kavramıyla gelişir (Kaput, 1999). Cebir matematiğin dilidir. Cebir genellemeye, genellemede örüntülere dayanmaktadır. Matematik öğretiminde cebirsel düşünmenin öğrenci zihninde yapılandırılması hedeflenmekte ve bu yapılandırma sürecinde örüntü kavramı rol almaktadır (Palabıyık ve Akkuş - İspir, 2011). Mason (1996), genellemenin matematiksel başarı ve öğrenme için önemli rolü olduğunu belirtmiş genellemeyi "matematiğin kalp atışı" olarak ifade etmiştir. Genelleme bir örüntüyü birden fazla bağlama uygulama yeteneğidir. Genellemenin önemli kavramları kopyalama, genişletme ve oluşturmadır. Cebir, genelleme faaliyetlerinin son derece etkili olduğu bir süreçtir (Lee, 1996). Radford (2006) genelleme sürecini aritmetik ve cebirsel genelleme olmak üzere iki başlıkta incelemiştir. Tüm terimler için geçerli bir ifade yazmaksızın örüntüye ilişkin bir takım ortak yönlerin belirlenmesi ve bazı ilişkilerin belirtilmesi aritmetik genelleme, her terim için geçerli olacak bir ifadenin yazılması ise cebirsel genelleme olarak ifade edilmiştir. Radford' un cebirsel genelleme süreci ayrıntılı olarak şu şekilde ifade edilebilir: Genelleme süreci ilk olarak örüntünün bileşenleri arasındaki ortak özelliğin fark edilmesiyle başlamaktadır. Ortak özelliğin fark edilmesinin ardından bu özellik hipoteze çevrilmektedir. Ortak özellikten tüm terimler için geçerli olacak p_n ifadesi yazılmaktadır. Şekil 1' de Radford (2008) genelleme süreci özetlenmiştir.



Şekil 1. Örüntü Genellemenin Yapısı (Radford, 2008).

Ayrıca Radford (2008) örüntünün bileşenlerinin belirlenip doğrudan p_n ifadesinin yazılmasını ise olgunlaşmamış tümevarım olarak adlandırmıştır.

Öğrenciler örüntü genelleme problemleriyle uğraşırken çeşitli stratejileri kullanmaktadırlar (Chua & Hoyles, 2010). Örüntü genelleme stratejilerini inceleyen çok sayıda araştırma vardır (Akkan ve Çakıroğlu, 2012; Amit & Neria, 2008; Çayır ve Akyüz, 2015; Durmaz ve Altun, 2014; Hargreaves, Shorrocks-Taylor & Threlfall, 1998; Lanin, Barker & Townsend, 2006; Özdemir, Dikici ve Kültür, 2015; Sasman, Linchevski & Olivier, 1999; Tanışlı ve Özdaş, 2009; Tanışlı ve Yavuzsoy-Köse, 2011; Türkoğlu ve Yalın, 2020). Öğrenim sürecinde farklı sınıf seviyelerinde öğrencilerin örüntüleri genellerken kullandıkları stratejileri geliştirmek için çeşitli girişimler vardır. Öğrencinin genelleme yapmaya başlarken seçtiği strateji büyük önem taşımaktadır (Lannin, 2005). Literatür incelendiğinde değişen örüntülerde kullanılan stratejiler yinelemeli ilişki ve fonksiyonel ilişki olarak ikiye ayrılmaktadır. Örüntünün bir sonraki terimini bulmak için bir önceki terimden yararlanılması yinelemeli stratejinin kullanılmasıdır (Van De Walle, 2004). Yinelemeli strateji, çıktı değerleri arasındaki ardışık ilişkidir (Lannin, Barker & Townsend, 2006). Bu stratejide ardışık iki terim arasındaki fark bulunur ve bu fark örüntünün gelecek terimini bulmak için önceki terime eklenmektedir. Yinelemeli stratejide girdi-çıktı değerleri arasındaki ilişkiye değil sadece çıktı ya da sadece girdi değerleri arasındaki ilişkiye odaklanılmaktadır. Bu sebeple örüntünün fonksiyonel kuralını ortaya koymak zorlaşmaktadır (Warren, 2005). Öğrenci örüntünün yakın terimlerine yinelemeli stratejiyi kullanarak ulaşabilir (Ley, 2005). Uzak adımdaki terimleri de yinelemeli stratejiyi kullanarak bulabilir ancak bu çok zaman alıcıdır. Örneğin örüntünün yüz ellinci adımdaki terimi bulmak için bu adımdan önceki terimleri bulmadan doğrudan daha uzak adım için örüntünün genel kuralı yazılarak bulunabilir. Örüntünün genel kuralı girdi çıktı değerleri arasındaki fonksiyonel ilişkidir (Warren & Cooper, 2006). Fonksiyonel ilişki sayesinde herhangi bir girdi değerine karşılık gelen çıktı değeri kolaylıkla bulunmaktadır (Lannin, Barker & Townsend, 2006). Fonksiyonel ilişki örüntünün genel kuralının yazılmasını sağlar. Bu sayede örüntünün yakın ve uzak adımındaki terimleri kolaylıkla bulanabilir. Bu stratejide denklem ve formüller kullanıldığı için ilgili süreç matematik için çok önemli olan fonksiyon konusunun temelini de oluşturmaktadır (Ley, 2005). Matematikte genelleme süreci, akıl yürütmeyi belirli durumların ötesine genişletmeyi ve problem çözme ve akademik aritmetik için gerekli olan ortak noktaları belirlemeyi içerir. Örüntüler her zaman sezgisel matematikçiler tarafından problemleri çözmek için kullanılmıştır. Bu süreç, problem çözme becerilerini geliştirirken aynı zamanda matematik problemlerini çözmek için tekrar tekrar kullanılan temel muhakeme türlerini tanımlamasına da olanak sağlar (Winn & Keuskamp,2007). Genellemenin önemli bir yönü olan modeller, matematiksel düşünme ve öğrenme için temeldir. Bu nedenle örüntüleri tanımayı, tanımlamayı ve oluşturmayı içeren genelleme süreci matematik eğitiminin önemli bileşenidir. (Vogel, 2005). Örüntüleri genellemek, öğrencileri eleştirel ve analitik düşünmeye teşvik eder. Düzenliliklerin veya eğilimlerin belirlenmesini ve ardından genel bir kural veya ilkenin formüle edilmesini içerir. Örüntü genelleme süreci, öğrencilerin cebir ve analizde temel bir fikir olan fonksiyon kavramının anlaşılmasına da yardımcı olur. Öğrenciler bağımlı bağımsız değişkenler arasındaki ilişkiyi fark ederek daha karmaşık ilişkileri tahmin edebilir ve anlayabilir. Ayrıca örüntülerin genelleştirilmesi cebirsel düşünmenin temelini oluşturur (Elbir ve Özmen, 2023). Öğrenciler somut örneklerden soyut temsillere geçtikçe sembol ve formülleri kullanmayı öğrenirler. Bu geçiş, üst düzey matematiğin önemli bir bileşeni olan cebiri anlamak için gereklidir. Örüntüleri tanımak ve uygulamak, gerçek dünyada oldukça değerli bir beceridir. Öğrenciler kalıpları genelleştirmeyi öğrenerek matematiksel kavramları gerçek hayattaki durumlara uygulayabilirler. Bu kapsamda cebirsel düşünmeyi teşvik etmede önemli bir yeri olan örüntüler ve örüntü genellemesi pek çok ülkede olduğu gibi Türkiye'de de cebir kapsamına alınmıştır (MEB, 2018; NCTM, 2000; Mason, 1996; Warren ve Cooper, 2008; Wilkie & Clarke, 2016). Özetle, matematik eğitimindeki kalıpların genelleştirilmesi, soyut ve cebirsel düşünmeyi, eleştirel problem çözme becerilerini, matematiksel ilişkilerin anlaşılmasını ve matematiği pratik ve gerçek dünya bağlamlarında uygulama yeteneğini geliştirmek için temeldir. Bu nedenle matematik öğretiminin odak noktası, genelleme yapma, genellemeleri ifade etme ve sistematik olarak gerekçelendirme konusunda temel becerileri geliştirmeye yönlendirilmelidir (Blanton ve Kaput, 2011). Cebirin temellerinin oluşmasında önemli bir rolü olan örüntülerin anlaşılması ve genelleme yolculuğundaki yeri göz önüne alındığında öğrencilerin örüntüleri genelleme süreçleri ve tercih ettikleri stratejilerin incelenmesi önemli görülmektedir. Bu doğrultuda çalışmanın amacı ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin örüntüleri genelleme süreçlerini ve örüntüleri genelleme sürecinde tercih ettikleri stratejileri incelemektir. Bu amaç kapsamında yanıt aranan araştırma problemi "ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin örüntüleri genelleme süreci ve bu süreçte tercih ettikleri stratejiler nelerdir?" şeklinde olup, alt problemler aşağıdaki gibidir:

- Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin örüntüleri genelleme süreci nasıldır?
- Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin örüntüleri genelleme sürecinde tercih ettikleri stratejiler nelerdir?

YÖNTEM

Araştırmanın Modeli

Araştırmanın modelinde verilerin toplanması, çözümlenmesi ve yorumlanmasında nitel araştırma deseni benimsenmiştir. Nitel araştırmalarda davranışların ve içeriğin anlaşılmasına odaklanılarak ayrıntılı ve derinlemesine bilgi toplamak hedeflenmektedir (McMillan, 2004). Bu çalışmada örüntülerin genellenme süreci, öğrenciler tarafından tercih edilen stratejilerin neler olduğu derinlemesine betimlemek amaçlandığından nitel araştırma deseni tercih edilmiştir.

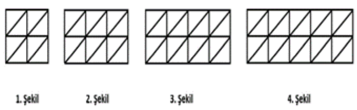
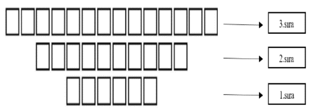
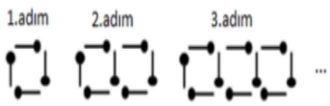
Çalışma Grubu

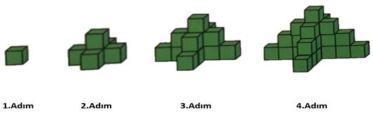
Araştırma iki aşamada gerçekleştirilmiştir. Ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin, genelleme süreçlerini ve tercih ettikleri stratejileri tespit etmek amacıyla Türkiye'nin doğusunda bulunan Van ili Erciş ilçesinde öğrenim gören 1296 yedinci sınıf öğrencisi içinden seçkisiz örnekleme yöntemlerinden basit seçkisiz örnekleme yöntemiyle belirlenen gönüllü 152 (% 61,18 kız, % 38,81 erkek) öğrenci ile gerçekleştirilmiştir.

Veri Toplama Aracı

Ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin örüntüleri genelleme süreçlerini incelemek ve örüntüleri genelleme sürecinde tercih ettikleri stratejileri tespit etmek amacıyla veriler, Örüntü Testi ile toplanmıştır. Bu kapsamda Ortaokul yedinci sınıf matematik dersi öğretim programı, Milli eğitim Bakanlığı tarafından uygulanan ders kitapları, Ölçme, Değerlendirme ve Sınav Hizmetleri Genel Müdürlüğü tarafından hazırlanan kazanım kavrama testleri, Eğitim bilişim Ağı (EBA) çalışma fasikülleri, örnek sorular, örüntüler konusunda yapılan çeşitli çalışmalar incelenerek madde havuzu oluşturulmuştur. Geliştirilen ölçekte, örüntü çeşitleri ve farklı temsil biçimleri, şekil ve sayı örüntüleri arasında uygun dönüşümler yapma, örüntüleri tanıma, terimler arasındaki ilişkiyi keşfetme, örüntü kuralını ifade etme ve örüntünün genel terimini yazma ile örüntü oluşturma becerilerini içermesi amaçlanmıştır. Ön deneme ölçeğindeki 18 madde öğrenci seviyesine uygunluk, anlaşılırlık, açıklık, belirginlik, amaca uygunluk ve tespit edilmesi soruların uygunluğu açısından iki matematik eğitimi alan uzmanının görüşüne sunulmuştur. Uzman görüşü doğrultusunda 18 madde üzerine çeşitli düzenlemeler yapılmış ve on bir madde ölçekten çıkartılarak yedi maddelik ön deneme ölçeği oluşturulmuştur. Uzman onayı alındıktan sonra ölçeğin pilot uygulaması çalışma grubu dışında yer alan 36 yedinci sınıf öğrenciye uygulanmış, ölçekte yer alan maddelerin anlaşılırlığı, açıklığı ve uygulanma süresi değerlendirilmiştir. Pilot uygulama sonucunda anlaşırlığında sorun tespit edilmeyen ölçeğe son hali verilmiştir. Ölçekte yer alan sorulara ilişkin açıklamalar Tablo 1'de sunulmuştur.

Tablo 1. Örüntü Testi Sorularının İçeriği

	Sorular	Beklenen yanıt
1		Öğrencilerden birinci sorunun a seçeneğinde örüntüye ait yakın adımı bulmaları, b seçeneğinde örüntüye ait orta adımı bulmaları, c seçeneğinde örüntünün bileşenleri arasındaki ilişkiyi dikkate alıp küçük üçgenlerin sayısının her şekilde dörder arttığını fark ederek örüntünün genel kuralına yönelik hipotez geliştirmeleri ve pn ifadesini oluşturması beklenmektedir.
2	Bir bakteri, her saat sonunda 2'ye bölünerek çoğalmaktadır. Bir kavanoza bu bakteri çeşidinden bir tane bırakıldıktan sonra gözlemleniyor.	Öğrencilerden üçüncü sorunun a seçeneğinde örüntünün yakın adımındaki terimi bulmaları, b seçeneğinde örüntünün orta adımındaki terimi bulmaları, c seçeneğinde örüntünün uzak adımdaki terimi bulmaları, d seçeneğinde girdi-çıktı değerleri arasındaki ilişkiyi dikkate alarak ortak özelliği fark etmeleri buradan pn ifadesini yazmaya ilişkin hipotez oluşturmaları ve örüntünün genel kuralını bulmaları beklenmektedir
3	BEYAZ BEYAZ BEYAZ BEYAZ SİYAH BEYAZ BEYAZ BEYAZ BEYAZ	Öğrencilerden 3x3'lük dizilişi inceleyerek örüntüye ilişkin yakın, orta ve uzak adımdaki istenen terimleri bulup soruda verilen tabloyu tamamlaması beklenmektedir.
4		Öğrencilerden modeli etkili kullanarak a seçeneğinde örüntüye ait yakın adım, b seçeneğinde örüntüye ait orta adım, c seçeneğinde örüntüye ilişkin uzak adımı bulmaları, d seçeneğinde örüntü bileşenleri arasındaki ilişkiyi dikkate alıp koltuk sayısını her sırada dörder arttığını fark ederek örüntünün genel kuralını ifade etmesi beklenmektedir.
5		Bu soruda adım sayısı, kullanılan kibrit çöpü sayısı, adım sayısı ile kibrit çöpü sayısı arasındaki ilişki boş tablo halinde verilmiştir. Öğrencilerden a seçeneğinde örüntünün yakın adımını çizerek bulması, b seçeneğinde örüntüye ait orta adımı bulması, c seçeneğinde örüntünün uzak adımını bulması, d seçeneğinde şekil örüntüsündeki ilişkileri örüntüye dönüştürerek bunu sözel olarak ifade etmesi e seçeneğinde örüntü bileşenleri arasındaki ilişkiyi dikkate alıp kibrit çöpü sayısının her adımda üçer arttığını fark ederek örüntünün genel kuralını cebirsel olarak ifade etmesi beklenmektedir.

<table>
<tr><td>6</td><td>
</td><td>Örüntünün ilk 4 adımı modelle verilmiştir. Öğrencilerden ilk olarak ilk dört adımdaki küp sayısını verilen modelden yararlanarak doğru şekilde bulması beklenmektedir. Öğrencilerden a seçeneğinde örüntünün yakın adımlarına ilişkin verilen tabloyu tamamlaması, b seçeneğinde örüntüye ait orta adımı bulmaları, c seçeneğinde örüntünün uzak adımını bulmaları, d seçeneğinde şekil örüntüsünden yararlanarak cebirsel genelleme yapması ve örüntünün genel kuralını ifade etmesi beklenmektedir.</td></tr>
<tr><td>7</td><td><table><tr><td>Form</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr><tr><td>Fiyat ($)</td><td>2</td><td>5</td><td>8</td><td>11</td><td>14</td></tr></table></td><td>Dokuzuncu soruda tablo ile temsil edilmiş aritmetik örüntü verilmiştir. Öğrencilerden örüntü bileşenlerini belirleyerek ortak özelliği arasındaki ilişkiyi doğru yorumlayarak a seçeneğinde örüntünün orta uzaklıktaki adımını bulma, b seçeneğinde örüntünün uzak adımını bulma, c seçeneğinde örüntü bileşenleri arasındaki ilişkiyi dikkate alıp fiyatın her forma sayısında üçer arttığını fark ederek ortak özellikten hipotez geliştirmesi ve örüntünün genel kuralını cebirsel olarak ifade etmesi beklenmektedir.</td></tr>
</table>

Verilerin Analizi

Veriler, Milli Eğitim Müdürlüğünden alınan araştırma izni ile Balıkesir Üniversitesinden alınan etik kurul kararıyla Van İli Erciş ilçesinde öğrenim gören yedinci sınıf öğrencilerinden yüz yüze geliştirilen ölçeğin uygulanmasıyla toplanmıştır. Öğrencilerinin örüntüleri genelleme süreci, kullandıkları stratejilere ilişkin elde edilen veriler betimsel olarak analiz edilmiştir. Öğrencilerin örüntü genelleme sürecini incelemek için Radford' un (2008) cebirsel genellemeye yönelik olarak ortaya attığı teorisine dayalı olarak öğrencilerin Örüntü Testi' ne verdikleri yanıtlar incelenmiştir. Örüntü Testi' nden elde edilen verilerin Radford' un (2006) cebirsel genelleme teorisi doğrultusunda yapılan inceleme kriterleri Tablo 2' de sunulmuştur.

Tablo 2. Cebirsel Genelleme Basamakları

Basamaklar	Açıklama
Örüntünün Bileşenleri	Örüntünün terimlerini belirleyebilme p1, p2, p3, …, pn
Ortak Özellik Fark Etme	Örüntünün terimlerindeki benzerlik ve farklılıkları ayırt etme
Hipoteze Çevirme	Ortak özellik ayırt edilerek tüm terimlere ait genelleme yapılması ve hipotez oluşturulması
Pn Oluşturma	Örüntü bileşenleri arasındaki ilişkinin formal ya da informal olarak ifade etme
Aritmetik Genelleme	Tüm terimler için geçerli bir ifade yazmaksızın örüntüye ilişkin bir takım ortak yönlerin belirlenmesi ve bazı ilişkilerin belirtilmesi
Cebirsel Genelleme	Her terim için geçerli olacak bir ifadenin yazılması
Olgunlaşmamış Tümevarım	Örüntünün bileşenlerinin belirlenip doğrudan pn ifadesinin yazılmasını
İlgisiz yanıt	İlişkisiz yanıt veya boş bırakılma

Yanıtlarda örüntünün adımları ile şekil ya da sayı sırasının doğru tespit edilmesi durumunda öğrencinin örüntünün bileşenini doğru tespit ettiği, örüntünün terimlerindeki benzerlik ve farklılıkları fark ederek şekil ya da sayı sırası ile örüntü bileşeni arasındaki ilişkiyi sözel olarak informal şekilde açıklayan öğrencinin örüntünün bileşenleri arasındaki ilişkiyi doğru tespit ettiği, tespit ettiği ilişkiyi uzak adıma uygulayan yani ortak özellik ayırt edilerek tüm terimlere ait genelleme yaparak ve hipotez oluşturup test eden öğrencinin hipotez oluşturabildiği, örüntünün bileşenleri arasındaki ilişkiyi değişkeni doğru tespit ederek cebirsel olarak sunan öğrencinin pn ifadesini yazabildiği yönünde değerlendirme yapılmıştır. Ayrıca öğrencilerin cebirsel genelleme düzeyleri aritmetik genelleme, cebirsel genelleme, olgunlaşmamış tümevarım çerçevesinde sınıflandırılmıştır. Bu doğrultuda ilk üç adımda (örüntünün bileşenleri, ortak özellik fark etme, hipoteze çevirme) başarılı olan öğrencilerin aritmetik genelleme düzeyinde olduğu; dört adımda (örüntünün bileşenleri, ortak özellik fark etme, hipoteze çevirme, pn oluşturma) başarılı olan öğrencilerin cebirsel genelleme düzeyinde olduğu; örüntünün bileşenlerinden doğrudan pn ifadesini oluşturan öğrencilerin olgunlaşmamış tümevarım eğiliminde olduğu şeklinde yorumlanmıştır. Elde edilen veriler frekens yüzde değerleri ile doğrudan alıntılar yapılarak betimsel istastistikler şeklinde sunulmuştur. Araştırmanın güvenirliği için edilen veriler araştırmacılar tarafından ayrı ayrı değerlendirilerek uyum oranı % 94 olarak bulunmuştur. Güvenirlik oranı % 70'in üstünde olduğu için sonuç güvenilir kabul edilmiştir (Miles & Huberman, 1994; Yıldırım ve Şimşek, 2006). Örüntülerin genelleme sürecinde öğrencilerin tercih ettikleri stratejilere yönelik analiz literatür göz önüne alınarak değerlendirilmiştir. Stratejiler ve literatürde yer alan açıklamalar Tablo 3' de sunulmuştur.

Tablo 3. Örüntü Genelleme Stratejileri

Strateji	Açıklama
Parçaları Sayma veya Modelleme	Örüntünün istenilen adımını bulmak için temsilen model oluşturulmakta veya şekil çizerek hesap yapılmaktadır. Bu strateji daha çok örüntünün yakın terimlerini bulurken kullanılmaktadır (Akkan ve Çakıroğlu, 2012; Çayır ve Akyüz, 2015; Lanin, Barker & Townsend, 2006).
Yinelemeli veya Eklemeli	Örüntünün gelecek terimini bulmak için önceki teriminden yararlanılmaktadır yani örüntünün iki terimi arasındaki farka odaklanmakta sonraki adımı bulmak için iki terim arasındaki farkı son terime ekleyerek örüntüyü devam ettirmektedirler (Amit & Neria, 2008; Çayır ve Akyüz, 2015; Hargreaves, Shorrocks-Taylor & Threlfall, 1998; Lannin, Barker & Townsend, 2006; Özdemir, Dikici ve Kültür, 2015; Tanışlı ve Özdaş, 2009; Tanışlı ve Yavuzsoy-Köse, 2011; Türkoğlu ve Yalın, 2020).
Fark ile Çarpma	Örüntünün istenilen adımını elde etmek için ardışık iki terimi arasındaki sabit fark bulunur ve istenilen adımla sabit fark çarpılarak sonuca gidilmektedir. Bu strateji 5,10,15,20,25… şeklinde devam eden örüntünün genel kuralı (5n) için geçerliyken, 8,11,14,17,20,23… şeklinde devam eden örüntünün genel kuralı (3n) için geçersiz olacaktır (Akkan ve Çakıroğlu, 2012; Çayır ve Akyüz, 2015; Türkoğlu ve Yalın, 2020).
Orantı	Örüntünün bir terimini birim olarak ele almak ve istenen o birimin istenen katını bulmak için kullanmaktır. Orantı stratejisinin kullanımı orantısal akıl yürütmeye dayanmaktadır. Bu stratejiyi kullanan öğrenci 4 kalem 8 TL ise 8 kalemin 16 TL olduğunu düşünmektedir (Akkan ve Çakıroğlu, 2012; Amit & Neria, 2008; Çayır ve Akyüz, 2015; Stacey, 1989; Lannin, 2005).
Tahmin Kontrol	Örüntünün genel kuralını cebirsel olarak ortaya konulmaktadır ancak genel kuralın geçerliliği ve işlevselliği düşünülmemektedir (Durmaz ve Altun, 2014; Healy ve Hoyles, 2000; Lannin, 2005; Özdemir, Dikici ve Kültür, 2015; Tanışlı ve Yavuzsoy-Köse, 2011).
Fonksiyonel veya Kesin	Bu strateji örüntünün herhangi bir adımdaki terimi bulmamızı sağlamaktadır, genel kuralı örüntünün girdi-çıktı değerlerini arasındaki ilişkinin bilinmeyen kullanarak formülleştirilmesidir. Bu formül örüntünün hem yakın hem uzak terimlerini kolaylıkla bulmamızı sağlamaktadır (Akkan ve Çakıroğlu, 2012; Çayır ve Akyüz, 2015; Tanışlı ve Yavuzsoy-Köse, 2011)
Girdi Değerinin Ayrıştırılması	Örüntünün girdi değerine n diyelim, n = a+ b+ c ise çıktı değerinin f(n)= f(a) +f(b) + f(c) şeklinde düşünülerek bulunmasıdır (Sasman, Linchevski & Olivier, 1999).

Öğrencilerin örüntüleri genelleme sürecinde kullandıkları stratejilere yönelik incelemeler araştırmacılar tarafından ayrı ayrı değerlendirilerek uyum oranı % 89 olarak bulunmuştur. Güvenirlik oranı % 70'in üstünde olduğu için sonuç güvenilir kabul edilmiştir (Miles & Huberman, 1994; Yıldırım ve Şimşek, 2006).

BULGULAR

Araştırmanın birinci alt problemi olan "Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin örüntüleri genelleme süreci nasıldır?" kapsamında Örüntü Testi ölçeğinin çalışma grubuna uygulanmasıyla elde edilen veriler ışığında Radford (2008) modelinin basamakları (örüntünün bileşenlerini belirleme, örüntünün bileşenleri arasındaki ortak özelliği belirleme, ortak özelliği hipoteze çevirme ve pn ifadesini yazma, olgunlaşmamış tümevarım, aritmetik ve cebirsel genelleme) göz önüne alınarak öğrencilerin ölçekte yer alan yedi soruya verdikleri yanıtlar incelenmiş ve Tablo 4'de sunulmuştur.

Tablo 4. Ortaokul Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Örüntüleri Genelleme Süreçleri Yüzde ve Frekans Değerleri

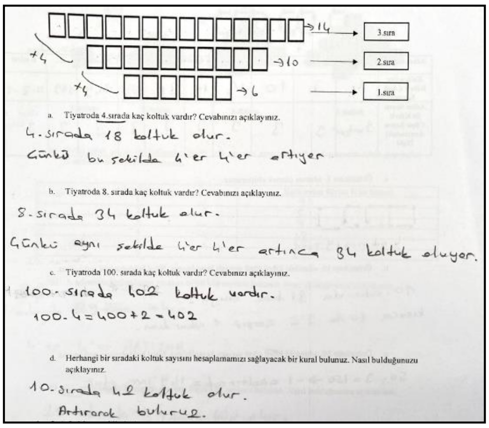
	S1		S2		S3		S4		S5		S6		S7	
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
Örüntülerin bileşenlerini bulma	141	92.76	140	92.10	39	25.65	135	88.81	124	81.57	34	22.36	110	72.36
Ortak özellik fark etme	113	74.34	21	13.81	13	8.55	107	70.39	82	53.94	29	19.07	106	69.73
Ortak özelliği Hipoteze çevirme	88	57.89	14	9.21	13	8.55	52	34.21	53	34.86	22	14.47	60	39.47
Pn ifadesini oluşturma	73	48.02	103	67.76	1	0.65	59	38.81	52	34.21	10	6.57	30	19.73
Aritmetik genelleme	46	30.26	10	6.57	12	7.89	34	22.36	43	28.28	22	14.47	27	17.76
Cebirsel genelleme	42	27.63	4	2.63	1	0.65	18	11.84	10	6.57	0	0	25	16.44
Olgunlaşmamış Tümevarım	31	20.39	99	65.13	0	0	41	26.97	42	27.63	10	6.57	5	3.28
İlgisiz Yanıt	11	7.23	12	7.89	113	74.34	17	11.18	28	18.42	118	77.63	42	27.63

Tablo 4 incelendiğinde örüntü bileşenlerini bulma, ortak özellik fark etme ve hipoteze çevirmede en fazla başarı birinci soruda, pn ifadesini oluşturmada başarısının en fazla ikinci soruda olduğu görülmüştür. Öğrencilerin aritmetik genellemeye en fazla birinci soruda (%30.26), cebirsel genellemeyi en fazla birinci soruda (%27.63) ulaştıkları ve olgunlaşmamış tümevarım davranışını en fazla ikinci soruda (%65.13) uyguladıkları tespit edilmiştir.

Genel olarak incelendiğinde 3D modeli içeren 6. Soru örüntünün bileşenlerini bulma konusunda başarının oldukça düşük olduğu belirlenmiştir. Altıncı soruda öğrencilerden ilk olarak ilk dört adımdaki küp sayısını verilen modelden yararlanarak doğru şekilde bulması beklenmektedir. Öğrencilerin bu süreçte 3D modelden doğru şekilde yararlanamadığı ve örüntünün bileşenlerini bulmakta zorlandıkları görülmüştür. Dolayısıyla Altıncı soru için hiçbir öğrencinin cebirsel genellemeye ulaşamadığı Pn ifadesini yazabilen 10 öğrencinin ise bu sonucu olgunlaşmamış tümevarım yolu ile elde ettikleri belirlenmiştir.

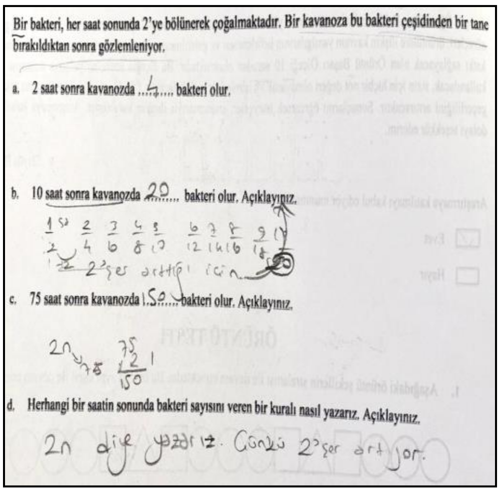
Ölçekte yer alan Geometrik örüntü içeren ikinci soru ve karesel sayı örüntüsü içeren üçüncü soru incelendiğinde diğer sorulara kıyasla ortak özelliği fark etme ve hipoteze çevirme konusunda başarısızlık 2. ve 3. Soruda olduğu tespit edilmiştir. İkinci soruda bir bakteri, her saat sonunda 2'ye bölünerek çoğaldığı maktadır. Bir kavanoza bu bakteri çeşidinden bir tane bırakıldıktan sonra gözlemlendiği belirtilmiş ve öğrencilerden geçen süre ve oluşan bakteri sayısı arasında ilişki kurması beklenmektedir. Öğrenciler genel olarak sayısal ifadeye yönelmiş ve "ikiye bölünür" yanıtını vererek bağımlı değişken ve bağımsız değişken arasındaki özelliği ifade edememiştir. Bu nedenle özelliği fark edememiş ve hipoteze çevirme konusunda başarısız olmuşlardır. Bu durumun öğrencilerin bağlam olarak sunulan örüntüyü yeterli olarak anlayamadıklarında kaynaklandığı düşünülmektedir. Benzer durum üçüncü soruda da yer almaktadır. Örüntünün ve adımlarının model kullanamadan sunulduğu bu iki soruda öğrenciler bağlamı anlayamamış ve bu durum sonucu cebirsel genelleme ve aritmetik genelleme düzeyine ulaşmaları düşük oranda gerçekleşmiştir.

Dördüncü soruya ilişkin aritmetik genellemeyi gerçekleştirilen Ö$_{38}$' in yanıtı Şekil 2' de sunulmuştur.

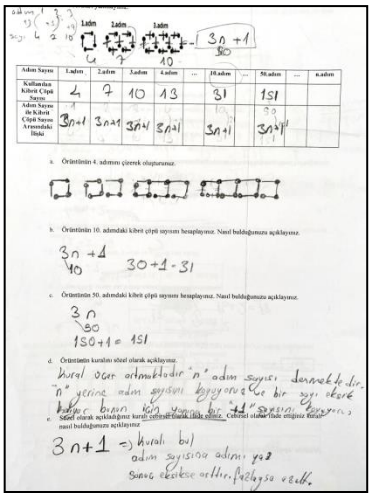


Şekil 2. Ö$_{38}$' in Dördüncü Soruya Ait Aritmetik Genelleme Örneği.

Ö38' in yanıtı incelendiğinde örüntünün bileşenlerini doğru olarak belirlediği, ortak özelliği koltuk sayısının dörder dörder artması olarak fark ettiği ve hipotezini "istenilen sırayı 4 ile çarp 2 ile topla" şeklinde geliştirdiği görülmektedir ancak öğrenci pn ifadesini oluşturamamıştır. Bu nedenle aritmetik genelleme düzeyindedir. İkinci soruya ilişkin olgunlaşmamış tümevarım davranışı gösteren Ö$_{113}$' ün yanıtı Şekil 3' te, beşinci soruya ilişkin cebirsel genellemeye ulaşan Ö$_{121}$' in yanıtı Şekil 4'te sunulmuştur.



Şekil 3. Ö$_{113}$' Ün İkinci Soruya Olgunlaşmamış Tümevarım Örneği.



Şekil 4. Ö$_{121}$' İn Beşinci Soruya Ait Ait Cebirsel Genelleme Örneği.

$Ö_{113}$' ün ikinci soruya ait cevabına bakıldığında örüntünün terimleri arasındaki ortak özelliği doğru şekilde fark edemediği ve hipotez geliştiremediği belirlenmiştir. Örüntünün genel kuralını 2n şeklinde cebirsel olarak ortaya koyduğu ancak bu kuralın doğruluğunu test etmediği görülmektedir. $Ö_{113}$ örüntüye ait genel kuralı doğru şekilde ifade edememiştir. Bu nedenle öğrenci olgunlaşmamış tümevarım davranışını göstermektedir.

$Ö_{121}$' in beşinci soruya verdiği yanıt incelendiğinde örüntünün bileşenlerinin doğru olarak bulmuştur. Ortak özelliğin her adımda kibrit çöpü sayısının üçer artması olduğunu fark etmiş ve ortak özelliği hipoteze doğru şekilde çevirmiştir. Örüntünün genel kuralını 3n +1 olarak ifade etmiştir. Öğrencinin örüntünün girdi – çıktı değerleri arasındaki ilişkiyi dikkate almış, bağımlı bağımsız değişken arasındaki ilişkiyi anlayarak pn ifadesini oluşturmuştur. Genel kuralın örüntünün herhangi bir adımındaki kibrit çöpü sayısını doğru bulmamızı sağlaması nedeniyle cebirsel genelleme adımlarını tamamladığı görülmektedir.

Araştırmanın ikinci alt problemi olan "Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin örüntüleri genelleme sürecinde tercih ettikleri stratejiler nelerdir?" sorusu kapsamında Örüntü Testi ölçeğinin çalışma grubuna uygulanmasıyla elde edilen veriler ışığında öğrencilerin örüntü genelleme sürecinde tercih ettikleri stratejileri belirlemek için ölçekte yer alan yedi soruya verdikleri yanıtlar incelenmiştir.

Tablo 5. Ortaokul Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Örüntüleri Genelleme Stratejileri Yüzde ve Frekans Değerleri

Sorular	**S1**						**S2**						**S3**						**S4**					
Kullanılan Örüntü Genelleme Stratejisi	**YA**		**OA**		**UA**		**YA**		**OA**		**UA**		**YA**		**OA**		**UA**		**YA**		**OA**		**UA**	
	f	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**
Yinelemeli Veya Eklemeli	23	15.13	54	35.52	90	59.21	6	3.94	4	2.63	-	-	48	31.57	57	37.50	42	27.63	104	68.41	82	53.94	14	9.21
Parçaları Sayma Veya Modelleme	94	61.84	7	4.60	57	37.5	12	7.89	8	5.26	-	-	51	33.55	38	25	12	7.89	5	3.28	1	0.65	-	-
Fark İle Çarpma	1	0.65	9	5.92	-	-	97	63.81	104	68.42	68	44.73	-	-	-	-	-	-	2	1.31	22	14.47	67	44.07
Orantı	-	-	8	5.26	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1	0.65	-	-	4	2.63	3	1.97
Tahmin Kontrol	-	-	2	1.31	-	-	2	1.31	2	1.31	2	1.31	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1	0.65
Fonksiyonel veya Kesin	32	21.05	42	27.63	-	-	10	6.57	10	6.57	10	6.57	1	0.65	1	0.65	1	0.65	29	19.07	34	22.36	34	22.36
Girdi Değerinin Ayrıştırılması	-	-	1	0.65	-	-	-	-	-	-	1	0.65	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2	1.31
Diğer	-	-	5	3.28	-	-	11	7.23	19	12.50	19	12.50	14	9.21	13	8.55	14	9.21	-	-	-	-	3	1.97
Boş	2	1.31	24	15.78	5	3,28	14	9.21	43	28.28	52	34.21	38	25	43	28.28	82	53.94	12	7.89	9	5.92	28	18.42
Toplam	152	100	152	100	152	100	152	100	152	100	152	100	152	100	152	100	152	100	152	100	152	100	152	100

Tablo 5'in Devamı

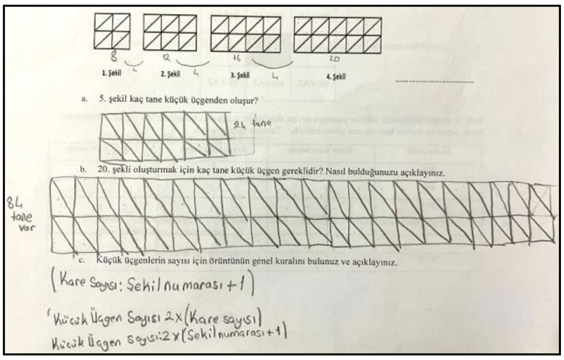
Sorular	**S5**						**S6**						**S7**			
Kullanılan Örüntü Genelleme Stratejisi	**YA**		**OA**		**UA**		**YA**		**OA**		**UA**		**OA**		**UA**	
	f	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**
Yinelemeli Veya Eklemeli	9	5.92	38	25	26	17.10	32	21.05	54	35.52	41	26.97	47	30.92	1	0.65
Parçaları Sayma Veya Modelleme	118	77.63	24	15.78	2	1.31	54	35.52	2	1.31	2	1.31	-	-	-	-
Fark İle Çarpma	1	0.65	29	19.07	39	25.65	1	0.65	10	6.57	11	7.23	23	15.13	64	42.10
Orantı	-	-	-	-	1	0.65	-	-	-	-	-	-	12	7.89	16	10.52
Tahmin Kontrol	1	0.65	1	0.65	1	0.65	1	0.65	13	8.55	12	7.89	1	0.65	1	0.65
Fonksiyonel veya Kesin	17	11.18	40	26.31	43	28.28	-	-	-	-	-	-	25	16.44	25	16.44
Girdi Değerinin Ayrıştırılması	-	-	1	0.65	6	3.94	-	-	-	-	-	-	2	1.31	-	-
Diğer	-	-	1	0.65	1	0.65	6	3.94	5	3.28	5	3.28	-	-	-	-
Boş	6	3.94	18	11.84	33	21.71	58	38.15	68	44.73	81	53.28	42	27.63	45	29.60
Toplam	152	100	152	100	152	100	152	100	152	100	152	100	152	100	152	100

(YA: Yakın Adım, OA: Orta Adım, UA: Uzak Adım)

Tablo 5’ te sunulan verilerde öğrencilerin örüntüleri genelleme sürecinde kullandıkları stratejiler yakın adım, orta adım ve uzak adım açısından incelenmiştir. Öğrencilerin aynı soruda yakın, orta ve uzak adımlar için farklı stratejiler kullandıkları tespit edilmiştir Yakın adım ısınma adımıdır, bu adımda öğrencilerden örüntüyü inceleyerek yakın adıma genelleme yapması beklenmektedir. Orta adımda öğrencilerden örüntüyü geçici olarak genellemesi basitçe genişletmesi beklenmektedir. Uzak adımda ise öğrenciden ilişkiyi kurarak veya bilinmeyen kullanarak örüntüyü genellemesi ve uzak adımı oluşturduğu kuralı uygulayarak bulması beklenmektedir (Stacey,1989; Warren, 1996).

2D örüntü türünden olan birinci soruda en çok tercih edilen stratejiler yakın adımda parçaları sayma, orta adımda yinelemeli stratejileri olduğu tespit edilmiştir. Öğrencilerin yakın adımda %61.84’ ü parçaları sayma (modelleme), orta adımda %35.53’ ü ve uzak adımda % 59.21 ‘inin yinelemeli (eklemeli) stratejilerini en çok kullandıkları görülmüştür. Geometrik örüntü türünden olan ikinci soruda, öğrencilerin en çok örüntünün yakın, orta ve uzak adımda fark ile çarpma stratejisini kullandıkları görülmüştür. Öğrencilerin % 63.81’ inin yakın, %68.42’ sinin orta ve %44.73’ ünün uzak adımda fark ile çarpma stratejisini kullandığı tespit edilmiştir. Özel sayı örüntüsü türünden olan üçüncü soruda en çok kullanılan stratejiler örüntünün yakın adımında parçaları sayma (modelleme), örüntünün orta adımı ve örüntünün uzak adımında yinelemeli (eklemeli) stratejileri olduğu belirlenmiştir. Öğrencilerin %33.55’ inin örüntünün yakın adımında parçaları sayma (modelleme), %37.50’ sinin örüntünün orta adımında yinelemeli (eklemeli), %27.63’ ünün örüntünün uzak adımında yinelemeli(eklemeli) stratejileri tercih ettikleri tespit edilmiştir. 2D örüntü türünden olan dördüncü soruda örüntünün yakın adımı ve örüntünün orta adımında yinelemeli stratejinin, örüntünün uzak adımında fark ile çarpma stratejisinin en çok tercih edilen stratejiler olduğu görülmüştür. Öğrencilerin %68.41’ i yakın adımda ve %53.94’ ü orta adımda yinelemeli strateji, %44.07’ si uzak adımda fark ile çarpma stratejisini kullanmıştır. 2D örüntü türünden olan beşinci soruda örüntünün yakın adımında parçaları sayma, örüntünün orta adımı ve uzak adımında ise fonksiyonel stratejilerin en çok tercih edildiği belirlenmiştir. Öğrencilerin %77.63’ ü yakın adımda parçaları sayma, % 26.31’ i orta adımda fonksiyonel ve % 28.28’ i uzak adımda fonksiyonel stratejileri kullanmıştır. 3D örüntü türünden olan altıncı soruda en çok kullanılan stratejiler yakın adımda parçaları sayma, orta ve uzak adımda yinelemeli olarak belirlenmiştir. Öğrencilerin % 35.52’ si yakın adımda parçaları sayma, %35.52’ si orta adımda yinelemeli ve % 26.97’ si uzak adımda yinelemeli stratejiyi en çok tercih etmiştir. Tablo ile temsil edilen aritmetik örüntü türünden olan yedinci soruda en çok tercih edilen stratejiler orta adımda yinelemeli, uzak adımda fark ile çarpma olarak belirlenmiştir. % 30.92’ si orta adımda yinelemeli ve % 42.10’ u uzak adımda fark ile çarpma stratejilerini en çok tercih ettikleri belirlenmiştir. Yedinci soru için örüntü bileşenleri tablo halinde sunulmasından dolayı yakın adım sorusu öğrencilere yöneltilmemiştir.

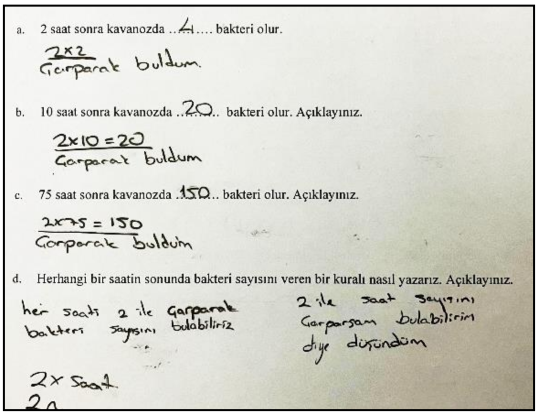
Birinci soruya ilişkin örüntünün yakın adımı ve örüntünün orta adımında modelleme stratejisini tercih eden $Ö_{133}$’ ün yanıtı Şekil 5’ de sunulmuştur.



Şekil 5. Ö133’ ün Modelleme Stratejisi Örneği.

Birinci soruya ilişkin örüntünün yakın adımı ve örüntünün orta adımında modelleme stratejisini tercih eden Ö133’ ün yanıtı sunulmuştur. Ö133’ ün birinci soruda örüntünün yakın adımı ve orta adımında modelleme stratejisini kullanarak küçük üçgen sayısını hesaplamak için çizdiği şekiller yardımıyla doğru cevaplara ulaşmıştır.

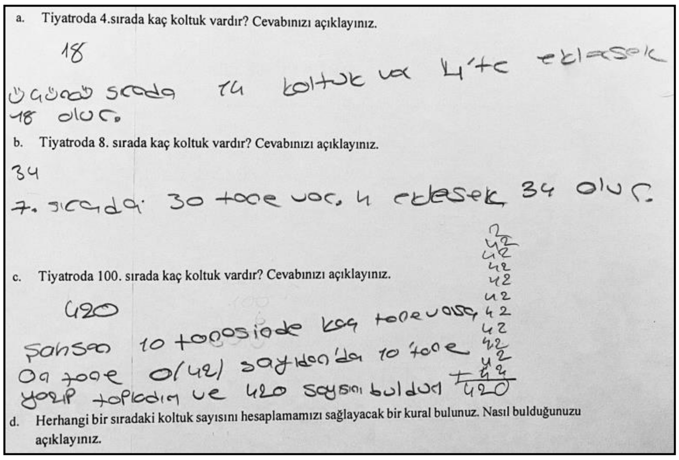
İkinci soruya ilişkin örüntünün yakın, orta ve uzak adımda fark ile çarpma stratejisini kullanan Ö15’ in yanıtı Şekil 6’ da sunulmuştur.



Şekil 6. Ö15’ in Fark İle Çarpma Stratejisi Örneği.

İkinci soruya ilişkin örüntünün yakın, orta ve uzak adımda fark ile çarpma stratejisini kullanan Ö15’ in yanıtı sunulmuştur. Ö15’ in ikinci soruya ait cevabına bakıldığında öğrencinin örüntünün yakın, orta ve uzak adımda fark ile çarpma stratejisini kullandığı görülmektedir. Terimler arasındaki ortak farkı iki olarak belirlediği ve istenilen terimlerle ortak farkı çarparak örüntünün yakın, orta ve uzak adımdaki bakteri sayılarını yanlış hesapladığı görülmüştür.

Dördüncü soruya ilişkin örüntünün yakın adım ve orta adımda yinelemeli stratejiyi ve örüntünün uzak adımında fark ile çarpma stratejisini kullanan Ö130’ un yanıtı Şekil 7’ de sunulmuştur.



a. Tiyatroda 4.sırada kaç koltuk vardır? Cevabınızı açıklayınız.

18

Üçüncü sırada 14 koltuk var 4'te eklesek 18 olur.

b. Tiyatroda 8. sırada kaç koltuk vardır? Cevabınızı açıklayınız.

34

7. sırada 30 tane var. 4 eklesek 34 olur.

c. Tiyatroda 100. sırada kaç koltuk vardır? Cevabınızı açıklayınız.

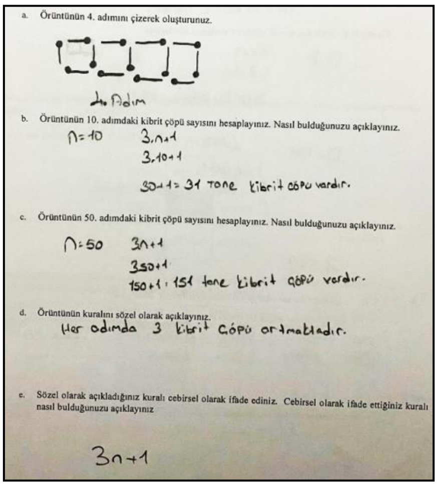
420

d. Herhangi bir sıradaki koltuk sayısını hesaplamamızı sağlayacak bir kural bulunuz. Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

Şekil 7. $Ö_{130}$' un Girdi Değerinin Ayrıştırılması ve Yinelemeli Strateji Örneği

Dördüncü soruya ilişkin örüntünün yakın adım ve orta adımda yinelemeli stratejiyi ve örüntünün uzak adımında fark ile çarpma stratejisini kullanan $Ö_{130}$' un yanıtı sunulmuştur. $Ö_{130}$' un dördüncü soruya ait cevabına bakıldığında örüntünün yakın adımı ve orta adımda yinelemeli stratejiyi tercih ettiği belirlenmiştir. $Ö_{130}$ örüntünün iki terimi arasındaki sabit farkı 4 bulmuş ve bir sonraki terimi bulmak için 4' ü bir önceki terime ekleyerek devam etmiştir. Örüntünün uzak adımını bulmak için girdi değerinin ayrıştırılması stratejisini kullanmıştır. Onuncu sıradaki koltuk sayısını 42 olarak bulmuştur, yüzüncü sıradaki koltuk sayısını bulmak için girdi değerini 100 = 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10" şeklinde ayrıştırmış, çıktı değerini "42 + 42 + 42 + 42 + 42 + 42 + 42 + 42 + 42 + 42 = 420" bulmuştur.

Beşinci soruya ilişkin örüntünün yakın adımında modelleme stratejisi, örüntünün orta ve uzak adımında fonksiyonel stratejiyi kullanan $Ö_{131}$' in yanıtı Şekil 8' de sunulmuştur.



a. Örüntünün 4. adımını çizerek oluşturunuz.

4. Adım

b. Örüntünün 10. adımdaki kibrit çöpü sayısını hesaplayınız. Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

n=10 3.n+1 3.10+1 30+1=31 tane kibrit çöpü vardır.

c. Örüntünün 50. adımdaki kibrit çöpü sayısını hesaplayınız. Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

n=50 3n+1 3.50+1 150+1=151 tane kibrit çöpü vardır.

d. Örüntünün kuralını sözel olarak açıklayınız.

Her adımda 3 kibrit çöpü artmaktadır.

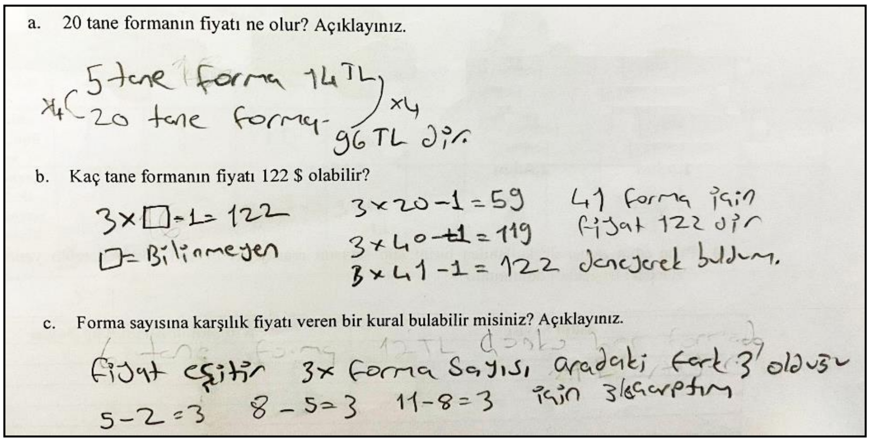
e. Sözel olarak açıkladığınız kuralı cebirsel olarak ifade ediniz. Cebirsel olarak ifade ettiğiniz kuralı nasıl bulduğunuzu açıklayınız

3n+1

Şekil 8. $Ö_{131}$' in Modelleme Ve Fonksiyonel Strateji Örneği

Beşinci soruya ilişkin örüntünün yakın adımında modelleme stratejisi, örüntünün orta ve uzak adımında fonksiyonel stratejiyi kullanan $Ö_{131}$' in yanıtı sunulmuştur. $Ö_{131}$' in beşinci soruya verdiği yanıta bakıldığında yakın adımda modelleme stratejisini kullandığı görülmektedir. Orta ve uzak adımda girdi-çıktı arasındaki ilişkiyi inceleyerek örüntüye ait kuralı elde etmiştir. $Ö_{131}$' in örüntüdeki ortak noktayı kibrit çöpü sayısının her adımda üçer arttığını düşünmüş, bu ortak özelliği tüm terimlere genellemiş, herhangi bir adımdaki kibrit çöpü sayısını bulunmasını sağlayacak 3n+1 kuralını oluşturmuştur. Örüntünün 10. adımı ve 50. adımındaki kibrit çöpü sayısını fonksiyonel stratejiyi kullanarak kolaylıkla bulmuştur.

Yedinci soruya ilişkin örüntünün orta adımı ve örüntünün uzak adımında orantı stratejisini kullanan $Ö_{31}$' in yanıtı Şekil 9' da sunulmuştur.



a. 20 tane formanın fiyatı ne olur? Açıklayınız.

x4 5 tane forma 14 TL
20 tane forma x4
96 TL dir.

b. Kaç tane formanın fiyatı 122 $ olabilir?

$3\times\square-1=122$ $3\times20-1=59$ 41 forma için
$\square$= Bilinmeyen $3\times40-1=119$ fiyat 122 dir
$3\times41-1=122$ deneyerek buldum.

c. Forma sayısına karşılık fiyatı veren bir kural bulabilir misiniz? Açıklayınız.

fiyat eşittir 3x forma sayısı aradaki fark 3' olduğu
5-2=3 8-5=3 11-8=3 için 3 le çarptım

Şekil 9. $Ö_{31}$' in Orantı Stratejisi Örneği

Yedinci soruya ilişkin örüntünün orta adımı ve örüntünün uzak adımında orantı stratejisini kullanan $Ö_{31}$' in yanıtı sunulmuştur. $Ö_{31}$' in yedinci soruya ait yanıtı incelendiğinde orta adımda orantı stratejisini kullanarak 20 formanın fiyatını yanlış bulduğu görülmektedir. 5 forma 14 $ ise 20 forma 20:5=4, 14x4 = 56 $ bulmuştur. Ö3 uzak adımda tahmin kontrol stratejisini kullanmıştır. Örüntüye ait genel kuralı cebirsel olarak ifade edememiştir. Örüntünün genel kuralını 3n-1 olarak tahmin etmiştir. 20 formanın fiyatı orantı stratejisini kullanarak 56, tahmin kontrol stratejisini kullanarak 96 bulmuştur. Öğrencinin yaptığı işlemleri doğruluğunu kontrol etmediği buradan görülmektedir.

TARTIŞMA ve SONUÇ

Araştırmanın birinci alt problemi kapsamında ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin örüntüleri genelleme süreçleri Radford (2008)' un cebirsel genelleme teorisi çerçevesinde incelenmiştir. Elde edilen sonuçlar incelendiğinde öğrencilerin çoğunun cebirsel genelleme yapamadıkları aritmetik genelleme veya olgunlaşmamış tümevarım düzeyinde kaldıkları görülmüştür. Olgunlaşmamış tümevarım düzeyindeki öğrenci sayısının aritmetik genelleme düzeyine göre daha çok olduğu tespit edilmiştir. Bu sonuçlar literatürde farklı sınıf düzeylerinde yer alan öğrencilerin örüntü genelleme süreçlerinin incelendiği çeşitli çalışmalarda elde edilen örüntüleri cebirsel genelleme sürecinde zorlanmalarına ilişkin sonuçlar benzerlik göstermektedir (Çayır ve Akyüz, 2015; Gökçe ve Yeşildere-İmre, 2017; Hargreaves, Shorrocks-Taylor & Threlfall 1998; Yeşildere-İmre, Akkoç ve Baştürk-Şahin, 2017; Lannin, 2005; Orton, 2009; MacGregor & Stacey, 1996; Radford, 2008; Rivera & Becker, 2008; Yeşildere ve Akkoç, 2010; Tanışlı ve Yavuzsoy-Köse, 2011).

Çalışmada Radford' un (2008) örüntüyü genelleme sürecinin basamaklarından örüntünün bileşenlerini belirlemede katılımcıların başarılı oldukları ancak bir sonraki basamak olan ortak özelliği fark eden öğrenci sayısının yedi soruda da azaldığı görülmüştür. Gökçe ve Yeşildere-İmre' nin (2017) ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin örüntü genelleme süreçlerini incelediği araştırmanın sonuçlarıyla örtüşmektedir. Öğrencilerin olgunlaşmamış tümevarım düzeyinde eğilim göstermelerinin nedeninin örüntü genelleme sürecinde örüntünün bileşenleri arasındaki ortak özelliği fark edememesi bu nedenle örüntünün genel kuralının bulunmasını sağlayacak p_n ifadesini yazmaya yönelik hipotez oluşturamadan deneme yanılma yoluyla bir kural ortaya koymaları olduğu düşünülmektedir.

Aritmetik genelleme düzeyine ulaşan ancak cebirsel genelleme düzeyine geçemeyen öğrencilerin n notasyonunu kavrayamadıkları bu nedenle örüntülerin genel kuralını cebirsel olarak ifade etmekte sıkıntı yaşadıkları belirlenmiştir. Öğrencilerin çoğu örüntünün girdi-çıktı değerleri arasındaki ilişkiye odaklanmak yerine örüntünün terimleri arasındaki ortak farkı kullanarak bir sonraki terimi bulmak için bir önceki terimden yola çıkarak örüntüleri devam ettirmeye odaklanmışlardır. Benzer araştırma sonuçlarına ulaşan Hargreaves, Shorrocks-Taylor ve Threlfall (1998), Orton & Orton (1999), Stacey (1989), Girit-Yıldız ve Gündoğdu-Alaylı (2019), öğrencilerin örüntüde istenilen terimle hemen sonrasında gelen terim arasındaki farka odaklanarak sadece artış miktarını kullanıp genel bir kural belirtme eğilimimde oldukları sonucuna ulaşmışlardır. Benzer şekilde Warren ve Cooper (2008) yaptıkları araştırmada öğrencilerden genellemelerini yazılı bir biçimde yazmaları istendiğinde sıklıkla düşük seviyeli yanıtlara geri döndüklerini, örneğin, "karo sayısı adım sayısının iki katıdır" yerine "2'ye ekle" biçiminde yanıtlar verdiklerini belirlemiştir. Bu sonuç örüntülerin genelleme sürecinde gerçekleşen eylemlerin sınıfta matematiksel dilin ve matematiksel anlayışın rolünün daha fazla araştırılması gerektiğini ortaya koymaktadır.

Çalışma sonucunda karesel sayı örüntüsü içeren 3. soruda yalnız bir öğrencinin 3D örüntü içeren 6. soruda ise hiçbir öğrencinin cebirsel genelleme düzeyine ulaşamadıkları, 2D ve aritmetik örüntüleri genelleme sürecinde cebirsel ifadeyi yazmada daha başarılı oldukları sonucuna ulaşılmıştır. Bu sonuç Schreiber (2020), Yeşildere ve Akkoç (2010), Türkoğlu ve Yalın' ın (2020) çalışma sonuçlarında yer alan öğrenciler kuadratik örüntülere ait genel kuralı yazmakta doğrusal örüntülere göre daha başarısız olduğu sonucuyla paralellik göstermektedir. Bunun sebebinin öğrencilerin örüntünün terimleri arasındaki farkın sabit olup olmadığı tespit etmesi daha sonra bu sabit farkı kullanarak örüntüyü devam ettirmeye çalışmasından kaynaklandığı belirtilmektedir.

Araştırmanın ikinci alt problemi kapsamında öğrencilerin örüntüleri genelleme sürecinde kullandıkları stratejiler incelenmiştir. Öğrencilerin sekiz tür strateji kullandığı görülmektedir. Örüntü Testi' nden elde edilen sonuçlara göre öğrencilerin örüntünün yakın adımındaki terimleri bulmak için en çok yinelemeli stratejiyi ve modelleme stratejisini tercih ettikleri görülmüştür. Literatür incelendiğinde öğrencilerin yakın adımda yinelemeli stratejiyi tercih eden araştırma sonuçlarıyla kısmen benzerlik gösterdiği görülmektedir (Akkan ve Çakıroğlu, 2012; Orton & Orton, 1999; Özdemir, Dikici ve Kültür, 2015; Türkoğlu ve Yalın, 2020). Akkan ve Çakıroğlu (2012) 6-8. sınıf öğrencilerinin örüntüleri genelleme sürecinde yakın adımda yinelemeli stratejiyi daha çok kullandıkları sonucuna ulaşmıştır. Orton ve Orton (1999), öğrencilerin doğrusal örüntüleri genellerken ardışık terimler arasındaki farka odaklandıklarını yinelemeli stratejinin tercih edilen bir strateji olduğunu belirlemiştir. Özdemir, Dikici ve Kültür (2015) öğrencilerin örüntünün yakın adımını bulurken genellikle yinelemeli stratejiyi, orta adım ve uzak adımını ve örüntünün genel kuralını bulurken fonksiyonel stratejiyi tercih ettiklerini belirtmiştir. Türkoğlu ve Yalın (2020) kuadratik örüntü probleminde birçok öğrencinin yinelemeli stratejiyi kullanarak örüntünün terimlerini bulduğunu ve örüntünün genel kuralını yinelemeli olarak ifade ettikleri görülmüştür.

Utami, Prabawanto ve Suryadi (2023) çalışmalarında öğrencilerin problem çözmeye yönelik işlevsel düşünme yaklaşımlarının, örüntü daha karmaşık hale geldikçe, özyinelemeli stratejileri kullanma eğiliminde olduğu ve bu öğrencilerin yavaş yavaş mevcut veya daha karmaşık örüntüleri tespit edememeye başladığı belirlenmiştir.

Bu çalışmanın bulguları Utami, Prabawanto ve Suryadi (2023) tarafından yapılan çalışmalarla benzer şekilde öğrencilerin tercih ettiği farklı stratejileri ortaya koymanın yanında öğrencilerden beklenen bağımlı bağımsız değişken arasındaki ilişkiyi kurma davranışına yönelik önemli bilgiler sağlamıştır. Örneğin yinelemeli strateji kullanan öğrencilerin yalnızca bir nicelikteki bağımlı değişken değişimine odaklandığı ve Pn genel ifadesini oluşturamadıkları görülmüştür. Bu sonuç bu tür davranış gösteren öğrencilerde değişken kavramının tam olarak anlaşılmadığını ortaya koymaktadır.

Öğrencilerin orta adımda en çok tercih ettikleri stratejinin yinelemeli strateji ve fark ile çarpma stratejisi olduğu görülmüştür. Örüntünü uzak adımını bulmak için en çok fark ile çarpma stratejisini ve fonksiyonel stratejiyi tercih ettikleri belirlenmiştir. Öğrencilerin sekiz tür strateji içinden en az kullandığı stratejilerin orantı ve girdi değerinin ayrıştırılması olduğu belirlenmiştir. Ayrıca Örüntü Testi’ nde örüntünün yakın adımlarına doğru cevap veren öğrenci sayısının orta adım ve uzak adımlarına doğru cevap veren öğrenci sayısından fazla olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Becker ve Rivera (2008), Zazkis ve Liljedahl (2002) araştırmalarında öğrencilerin yakın adıma daha kolay ulaştığı, örüntünün orta adımı ve uzak adımını bulmakta daha çok zorlandığını tespit etmiştir. Bunun nedenin öğrencilerin yakın adımdaki terimleri yinelemeli strateji veya çeşitli aritmetik işlemleri kullanarak hesaplama yaptıkları ve kolaylıkla sonuca ulaştıkları ancak uzak adımdaki terime ulaşmak için yinelemeli stratejinin yetersiz kalması olabilir.

Öğrencilerin genellikle aynı sorunun çözümde orta, yakın ve uzak adımda farklı stratejiler kullandıkları, tek bir stratejiye bağlı kalmadıkları belirlenmiştir. Örneğin örüntünün yakın adımında modelleme stratejiyle başlayıp, orta adımda yinelemeli strateji ve uzak adımda fonksiyonel stratejiyi kullanarak soruyu çözme eğilimi göstermektedirler. Amit ve Neria (2008), Türkoğlu ve Yalın (2020) tarafından öğrencilerin aynı örüntü sorusunda yinelemeli strateji ile çözüme başlayarak terimler arasındaki ortak özelliği fark ettiği ardından fonksiyonel stratejiye başarılı geçiş yaparak örüntünün genel kuralını tespit edebildikleri ifade edilmiştir.

ÖNERİLER

Genelleme matematiğin çok önemli bir unsurudur. Saymadan başlayarak fonksiyonel düşünmeye kadar matematiksel düşünmenin temel yapı taşıdır. Genelleme sürecinin mekanik olarak gerçekleşmesi yerine görevi neden ve nasıl yerine getirdiğinin öğrenci tarafından anlaşılması matematiksel düşünmenin gelişimi bağlamında önemli görülmektedir. Örüntünün genelleme süreci cebirsel düşüncenin nasıl geliştiğini ve örüntü genellemesinde önemli olan matematik öğelerinin neler olduğunu ortaya koymak açısından önemli görülmektedir. Benzer şekilde Radford (2008) uzaysal ve sayısal yapıların bağlantısının cebirsel düşünmenin gelişiminin önemli bir parçası olduğunu öne sürmekte ve bu süreçte öğrencilerin örüntüde yer alan şekil ve sayıları ayrıştırarak bilinen ve bilinmeyen varlıkları arasında nasıl ilişki kurduklarını ortaya çıkartmada önemli bir süreç olduğunu belirtmektedir. Örüntü genelleme süreci ritmik saymadan cebir ve cebirsel düşünmeye uzanan çok yönlü ve kapsamlı bir süreçtir. Bu bağlamda yapılan çalışmada elde edilen sonuçlar öğrencilerin örüntüleri genelleme sürecinde özellikle cebir öğrenme alanına ilişkin değişken kavramını 6. ve 7. sınıfta öğrenmiş olmalarına rağmen bilinen ve bilinmeyen arasında ilişki kurmakta zorlanarak pek çok öğrencinin cebirsel genellemeye ulaşamamış olduğunu ortaya koymuştur.

Gerçekleştirilen çalışma 7. sınıf öğrencilerinin örüntüleri genelleme süreçlerini seçilen örüntü çeşitleri çerçevesinde incelemiştir. Bu doğrultuda gelecek çalışmalarda özellikle öğrencilerin genelleme sürecinde oldukça zorlandığı tespit edilen karesel sayı örüntüleri ya da 3D/2D örüntüler gibi farklı örüntü çeşitleri üzerinde daha ayrıntılı çalışmalar yapılması ve bu zorluğun nedenlerinin ortaya konulması önerilmektedir. Bunun yanında örüntülerin genellemesi süreci matematiksel düşünme ya da cebirsel düşünme düzeyleri açısından ayrıntılı incelenerek değişken kavramının öğrencilerin zihinsel yapısındaki anlamı ayrıntılı olarak ortaya konulabilir. Öğrencilerin genelleme sürecinde tercih ettikleri stratejilerin neden belirli stratejileri üzerine yoğunlaştığı, farklı stratejiler konusunda öğrencilerin bilgi sahibi olup olmadıkları incelenerek stratejilere yönelik farkındalıkları arttırılarak genelleme sürecine etkisi değerlendirilebilir. Bunun yanında araştırmada bağlam olarak sunulan örüntülerin öğrenciler tarafından anlaşılmasında ve genelleme sürecinin tamamlanmasında güçlükler olduğu görülmektedir. Bu durumun kaynaklarından birisi matematik iletişim becerisi olabilir. Öğrencilerin matematiksel iletişim becerisi ve örüntülerin genelleme süreci arasında ilişki incelenerek bu doğrultuda çeşitli çalışmalar gerçekleştirilebilir. Böylece değişken kavramının anlaşılmasında iletişim becerisi ve örüntü bağlamı açısından elde edilecek sonuçlar bu araştırmanın sonuçları ile ilişkilendirilebilir.

Etik Metni

"Bu makalede dergi yazım kurallarına, yayın ilkelerine, araştırma ve yayın etiği kurallarına, dergi etik kurallarına uyulmuştur. Makale ile ilgili doğabilecek her türlü ihlallerde sorumluluk yazar(lar)a aittir." Makale için etik kurul izni Balıkesir Fen ve Mühendislik Bilimleri Üniversitesi Yayın Etiği Kurulu tarafından 23.06.2022 tarih ve 19928322/108.01/154115 sayılı karar ile alınmıştır.

Yazarların Katkı Oranı Beyanı: Tüm yazarlar çalışmaya eşit oranda katkıda bulunmuştur. Bu çalışmada birinci yazarın katkı oranı %50 ve ikinci yazarın katkı oranı %50'dir.

KAYNAKÇA

Akkan, Y. ve Çakıroğlu, Ü. (2012). Doğrusal ve ikinci dereceden örüntüleri genelleştirme stratejileri: 6-8. sınıf öğrencilerinin karşılaştırılması. *Education And Science,* 37 (165), 184-194. http://egitimvebilim.ted.org.tr/index.php/EB/article/view/1030

Amit, M. & Neria, D. (2008). "Rising to the challenge": using generalization in pattern problems to unearth the algebraic skills of talented prealgebra students. *ZDM: International Journal in Mathematics Education*, 40, 111- 129.

Blanton, M., & Kaput, J. (2011). Functional thinking as a route into algebra in the elementary grades. In J. Cai, & E. Knuth (Eds.), *Early Algebraization* (pp. 5–25). Springer. https://doiorg.ezp.sub.su.se/10.1007/978-3-642-17735-4_2

Chua, B. L., and Hoyles, C. (2010). Generalisation and perceptual agility: How did teachers fare in a quadratic generalising problem? *Research in Mathematics Education,* 12 (1), 71–72, https://doi.org/10.1080/14794800903569915

Çayır, M. Y., ve Akyüz, G. (2015) Determining Pattern Generalization Problem Solving Strategies of 9th Grade Students. *Necatibey Faculty of Education Electronic Journal of Science and Mathematics Education* Vol. 9 (2), pp. 205-229. https://doi.org/10.17522/nefefmed.66921

Durmaz, B., ve Altun, M. (2014). The Usage of the Problem Solving Strategies of the Secondary Students'. *Mehmet Akif Ersoy University Journal of Education Faculty*, 30, 73-94. https://dergipark.org.tr/en/download/article-file/181454

Elbir, D., & Özmen, Z. M. (2023). Investigation of Patterns in Secondary School Mathematics Textbooks in the Context of Transition from Arithmetic to Algebra. *Turkish Journal of Mathematics Education*, *4*(2), 1-26. https://tujme.org/index.php/tujme/article/view/80/38

Ersoy, Y. (2006). (Innovations in mathematics curricula of elementary schools: objective, content and acquisition). *Ilkogretim Online*, 5 (1), 30-44. https://dergipark.org.tr/en/download/article-file/91060

Girit Yıldız, D., ve Gündoğdu Alaylı, F. (2019). Pre-Service Middle School Mathematics Teachers' Mathematical Knowledge For Teaching Linear Growth Figural Pattern Generalization. *Trakya Journal of Education,* 9(3), 396-414 Doi: 10.24315/ tred.453416

Gökce, R., ve Yeşildere-İmre, S. (2017). The Role of Tasks That Supports Making Algebraic Generalisation in Forming 7th Grade Students' Ability to Generalise. *Gaziantep University Journal of Social Sciences*, 16 (1), 194-215. https://doi.org/10.21547/jss.281675

Hargreaves, M., Shorrocks-Taylor, D., & Threlfall, J. (1998). Children's Strategies with Number Patterns, *Educational Studies*, 24:3, 315-331, https://doi.org/10.1080/0305569980240305

Kaput, J. J. (1999). Teaching and learning a new algebra. In T. Romberg, & E. Fennema (Eds.), *Mathematics classrooms that promote understanding* (pp. 133–155). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 390–419). Macmillan.

Lannin, J., Barker, D., and Townsend, B. (2006). Algebraic generalisation strategies: factors influencing student strategy selection prior research on generalisation. *Mathematics Education Research Journal*, 18 (3), 3-28. https://link.springer.com/article/10.1007/BF03217440

Lannin, J. K. (2005). Generalization and justification: The chalenge of introducing algebraic reasoning through patterning activities. *Mathematical Thinking and Learning*, 7 (3), 231-258, https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0703_3

Lee, L. (1996). An initiation into algebraic culture through generalization activities. *In Approaches to Algebra: Perspectives for Research and Teaching;* Bednarz, N., Kieran, C., Lee, L., Eds.; Kluwer: Dordrecht, The Netherlands, 1996; pp. 87–106.

Ley, A. F. (2005). A cross-sectional investigation of elementary school student's ability to work with linear generalizing patterns: The impact of format and age on accuracy and strategy choice. *Masters Abstract International*, 44(2), 124.

Orton, A. and Orton, J. (1999). Pattern and the Approach to Algebra. (ed: A. Orton), *Pattern in the Teaching and Learning of Mathematics*, 104 – 120, Continuum.

Özdemir, E., Dikici, R. ve Kültür, M. N. (2015). Students' Pattern Generalizatıon Process: The 7th Grade Sample, *Kastamonu Education Journal,* 23 (2), 523-548. https://dergipark.org.tr/en/pub/kefdergi/issue/22599/241421.

MacGregor, M., and Stacey, K. (1996). Origins of students' interpretation of algebraic notation. In L. Puig & A. Gutierrez (Eds.), *Proceedings of the 20th International Conference for Psychology of Mathematics Education* (vol. 3, pp. 289–296). Valencia.

Mason, J. (1996). Expressing generality and roots of algebra. (eds: N. Bednarz, C. Kieran and L. Lee), *Approaches to algebra: Perspectives for research and teaching*. Dordrecht, 65-86.

McMillan, J. H. (2004). *Educational Research Fundamentals for the Consumer* (4th ed.). Pearson Education Inc.

Miles M. and Huberman, M. (1994). *An expanded sourcebook qualitative data analysis.* Sage Publications.

Orton, A. (2009). Reflections on pattern in the mathematics curriculum. In I. Vale & A. Barbosa (Orgs.), Padrões: *Múltiplas perspectivas e contextos em educação matemática/Patterns: Multiple perspectives and contexts in mathematics education* (pp. 15-28). Viana do Castelo: Escola Superior de Educação – Projecto Padrões.

İspir, O. A., & Palabıyık, U. (2011). The Effects of Pattern-Based Algebra Instruction on Students' Algebraic Thinking and Attitude Towards Mathematics. *Pamukkale University Journal of Education*, 30(30), 111-123. https://dergipark.org.tr/en/download/article-file/114582

Radford, L. (2006). Algebraic thinking and the generalization of patterns: a semiotic perspective. (eds: J. L. C. S. Alatorre, M. Sa´iz and A. Me´ndez), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, North American Chapter (Vol. 1), Mexico: Me´rida, 2-21.

Radford, L. (2008). Iconicity and contraction: A semiotic investigation of forms of algebraic generalizations of patterns in different contexts. *ZDM: International Journal in Mathematics Education*, 40, 83–96. https://doi.org/10.1007/s11858-007-0061-0

Rivera, F. D., and Becker, J. R. (2008). Middle school children's cognitive perceptions of constructive and deconstructive generalizations involving linear fgural patterns. *ZDM: International Journal in Mathematics Education,* 40 (1), 65–82, https://doi.org/10.1007/s11858-007-0062-z.

Samsan, M. C., Linchevski, L. and Olivier, A. (1999). *The influence of different representations on children‟s generalisation thinking processes*. Proceedings of the Seventh Annual Conference of the Southern African Association for research in Mathematics and Science Education, Harare, Zimbabwe, 406-415.

Schreiber, I. (2020). Patterns in Kindergarten: Teachers' Knowledge of Content and Students and Associated Self-Efficacy Beliefs. *Scientia in Educatione*, 11 (1), 69- 81, https://doi.org/10.14712/18047106.1543.

Stacey, K. (1989). Finding and using patterns in linear generalising problems. *Educational Studies in Mathematics*, 20, 147-164, https://doi.org/10.1007/BF00579460.

Tanışlı, D., Yavuzsoy Köse,N., & Camci, F. (2017). Matematik öğretmen adaylarının örüntüler bağlamında genelleme ve doğrulama bilgileri. *Journal of Qualitative Research in Education*, 5(3), 195-222. www.enadonline.com DOI: 10.14689/issn.2148- 2624.1.5c3s9m

Tanışlı, D. ve Yavuzsoy Köse, N. (2011). Generalization Strategies about Linear Figural Patterns: Effect of Figural and Numerical Clues, *Educatıon And Scıence*, 36 (160), 184- 198. http://egitimvebilim.ted.org.tr/index.php/EB/article/view/652/269

Tanışlı, D. ve Özdaş, A. (2009). İlköğretim Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Örüntüleri Genellemede Kullandıkları Stratejiler. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 9 (3), 1453-1497.

Tanışlı, D. (2008). *İlköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin örüntülere ilişkin anlama ve kavrama biçimlerinin belirlenmesi*. Unpublished PhD Thesis, Anadolu University, Eskişehir.

Toluk, Z. (2003). Üçüncü uluslararası matematik ve fen araştırması (TIMMS): matematik nedir? *İlköğretim-Online*, 2 (1), 36-41. https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/429500

Türkoğlu, H., ve Yalın, H. İ. (2020). Primary School Teachers' Strategies for Generalizing Linear and Nonlinear Patterns, *Başkent University Journal of Education,* 7 (1), 110-128. https://buje.baskent.edu.tr/index.php/buje/article/view/255/165

Utami, N. S., Prabawanto, S., & Suryadi, D. (2023). How students generate patterns in learning algebra? A focus on functional thinking in secondary school students. *European Journal of Educational Research*, 12(2), 913-925. https://doi.org/10.12973/eu-jer.12.2.913

Van De Walle, J.A. (2004). Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally. New York: Pearson Education, Inc.

Van De Walle, J. A., Bay-Williams, J. M., Lovin, L. H., and Karp, K. S. (2013). *Teaching Student-Centered Mathematics: Developmentally Appropriate Instruction for Grades 6-8* (Volume III). Pearson Publication.

Vogel, R. (2005). Patterns—a fundamental idea of mathematical thinking and learning. *ZDM* 37, 445–449 https://doi.org/10.1007/s11858-005-0035-z

Wilkie, K.J., Clarke, D.M. (2016). Developing students' functional thinking in algebra through different visualisations of a growing pattern's structure. *Math Ed Res J* 28, 223–243 https://doi.org/10.1007/s13394-015-0146-y

Warren, E. (2005). Patterns supporting the development of early algebraic thinking. In P. Clarkson, A. Downton, D. Gronn, M. Horne, A. McDonough, R. Pierce, & A. Roche (Eds.), *Building connections: Research, theory and practice (Proceedings of the 28th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*, Melbourne, s. 759-766). Sydney: MERGA.

Warren, E. and Cooper, T. (2006). Using repeating patterns to explore functional thinking. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 11 (1), 9-14. https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ793907.pdf

Warren, E., & Cooper, T. (2008). Generalising the pattern rule for visual growth patterns: Actions that support 8 year olds' thinking. *Educational Studies in mathematics*, *67*, 171-185. https://doi.org/10.1007/s10649-007-9092-2

Warren, E. (1996). *Interaction between instructional approaches, students' reasoning processes, and their understanding of elementary algebra*. PhD Thesis, Queensland University of Technology.

Winn, T., & Keuskamp, D. (2007). Communicating concepts of academic numeracy through a pattern-based approach. *Journal of Academic Language and Learning*, *1*(1), A100-A112. https://journal.aall.org.au/index.php/jall/article/view/26/38

Yeşildere-İmre, S., Akkoç, H., and Baştürk-Şahin, B. N. (2017). Ortaokul öğrencilerinin farklı temsil biçimlerini kullanarak matematiksel genelleme yapma becerileri. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education* Vol, 8 (1), 103-129. http://dergipark.gov.tr/tr/doi/10.16949/turkbilmat.303220

Yeşildere, S. ve Akkoç, H. (2010). Matematik öğretmen adaylarının şekil örüntülerini genelleme süreçleri. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30 (2), 141- 153. https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/114584

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2006). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*. Seçkin Yayıncılık.